



035188 - תורת הבקרה

תרגול 9

4 ביוני 2025

חזרה על משוב LQR

בקר LQR הוא משוב מצב המייצב את המערכת אסימפטוטית וממזער את פונקציית המחיר

$$J = \int_0^\infty (x^T(t) \quad u^T(t)) \begin{pmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ u(t) \end{pmatrix} dt = \int_0^\infty (x^T Q x + x^T S u + u^T S^T x + u^T R u) dt$$

כאשר המטריצות Q, S, R הן פרמטרי תכן הממשקלים את מאמץ הבקרה, הצימוד בין וקטור המצב למאמץ הבקרה, ואת משתני המצב השונים, בהתאמה. תחת שלוש ההנחות הבאות

1. הזוג (A, B) ניתן לייצוב (Stabilizable).

2. משקל אות הבקרה מוגדר חיובי, $R > 0$, והמטריצה $Q - S R^{-1} S^T \geq 0$ מוגדרת אי שלילית (מבטיח אות בקרה חסום).

3. למטריצה

$$\begin{bmatrix} A - j\omega I & B \\ Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$$

יש דרגת עמודות מלאה.

אזי המשוב האופטימלי נתון על ידי

$$u_{\text{opt}}(t) = K_{\text{opt}} x(t) = -R^{-1} (S^T + B^T \bar{X}) x(t)$$

כאשר $\bar{X} = \bar{X}^T \geq 0$ הוא הפתרון המייצב של משוואת ריקאטי האלגברית

$$A^T \bar{X} + \bar{X} A + Q - (S + \bar{X} B) R^{-1} (S^T + B^T \bar{X}) = 0$$

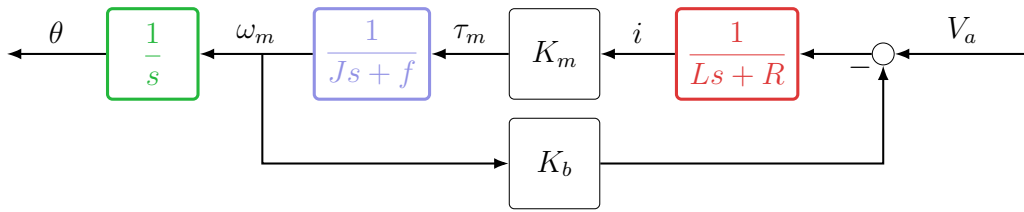
במאטלב ניתן למצוא את הפתרון למשוואה בעזרת הפעולה `icare()`.

```
[X,K] = icare(A,B,Q,R,S);
```

```
[X,K] = icare(A,B,Q,R); %when S = 0
```

שימו לב שהפונקציה יכולה להוציא גם את הפתרון $\bar{X}$ וגם את מטריצת ההגברים K . מטריצת ההגברים המתקבלת היא בסימן הפוך להגדרה בקורס!

שאלה מספר 1



איור 1: דיאגרמת בלוקים של מנוע חשמלי

באיור 1 מופיעה דיאגרמת בלוקים של מנוע DC, המורכבת מחלק חשמלי, חלק מכאני ואינטגטור, המסומנים באדום, כחול, וירוק בהתאמה. המימוש הפיזיקלי שמצאנו למערכת במרחב המצב בתרגול הקודם הוא

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{x}_m(t) \\ \dot{x}_\theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -K_b/L & 0 \\ K_m/J & -f/J & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_m(t) \\ x_\theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ \theta(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_m(t) \\ x_\theta(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. נסחו בעיית LQR עבור הקריטריון

$$J = \int_0^\infty \theta^2(t) + \rho u^2(t) dt$$

בחנו את השפעת ρ על תגובת המערכת.

2. נסחו בעיית LQR עבור הקריטריון

$$J = \int_0^\infty q \omega_m^2(t) + (1 - q) \dot{\omega}_m^2(t) + \rho u^2(t) dt$$

בחנו את השפעת q על תגובת המערכת.

3. נסחו בעיית LQR עבור הקריטריון

$$J = \int_0^\infty e^{2\alpha t} (\theta^2(t) + \rho u^2(t)) dt$$

בחנו את השפעת α על תגובת המערכת.

$$K_m = 0.0396[\text{Nm/A}], \quad K_b = 0.0396[\text{Vs/rad}], \quad J = 0.125[\text{Kg} \cdot \text{m}^2], \\ f = 0.05[\text{Nm} \cdot \text{s/m}], \quad R = 6.8[\Omega], \quad L = 2.65 \times 10^{-4}[\text{H}]$$

שאלה מספר 2

נתון התהליך :

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

1. כתבו למערכת מימוש במרחב המצב ומצאו משוב מצב הממקם את קוטב החוג הסגור בנקודה 2-.

2. מצאו משוב מצב הפותר את בעיית המינימום אנרגיה

$$J = \int_0^{\infty} u^2(t) dt$$

כלומר, מצאו בקר המייצב את המערכת במינימום הפעלה של אות בקרה.

3. מצאו משוב מצב הממזער את הקריטריון

$$J = \int_0^{\infty} y^2(t) + u^2(t) dt$$