



035188 - תורת הבקרה

תרגול 6

4 במאי 2025

יציבות רובסטית

התהליך האמיתי כולל אי ודאות בפרמטרים, לכן עקום נייקוויסט האמיתי נמצא בתחום כלשהו סביב עקום נייקוויסט הנומינלי בכל תדר ותדר. את תחום אי הודאות הזה אנחנו מגדירים כמעגל ברדיוס $\ell(\omega)$ סביב עקום נייקוויסט של התהליך הנומינלי, $P_0(j\omega)$. עבור כל משפחת התהליכים המקיימים

$$\left| \frac{P(j\omega)}{P_0(j\omega)} - 1 \right| \leq \ell(\omega)$$

בעלי אותם קטבים לא יציבים, נאמר כי בקר $C(s)$ מייצב רובוסטית את המערכת אם

1. הבקר מייצב את התהליך הנומינלי.

2. מתקיים

$$|T_0(j\omega)| = \left| \frac{C(j\omega)P_0(j\omega)}{1 + C(j\omega)P_0(j\omega)} \right| < \frac{1}{\ell(\omega)}, \quad \forall \omega$$

שאלה מספר 1

נתון התהליך

$$P(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-s\tau}$$

1. חשבו את רדיוס אי הודאות המכפלתית עבור כל אחד מהמקרים הבאים

(א)

$$K = K_0 + \delta_K, \quad \delta_K \in [-\delta_{Km}, \delta_{Km}], \quad 0 < \delta_{Km} < K_0$$

(ב)

$$T = T_0 + \delta_T, \quad \delta_T \in [-\delta_{Tm}, \delta_{Tm}], \quad 0 < \delta_{Tm} < T_0$$

(ג)

$$\tau = \tau_0 + \delta_\tau, \quad \delta_\tau \in [-\delta_{\tau m}, \delta_{\tau m}], \quad 0 < \delta_{\tau m} < \tau_0$$

2. נתון מודל המנוע והבקר משאלה מספר 2 מהתרגול הקודם שתוכנן עבור $\tau = 5[\text{ms}]$

$$\tilde{P}(s) \approx \frac{10e^{-\tau s}}{s(0.5s + 1)} \quad \tilde{C}(s) = \frac{777.36(s + 22.07)(s + 7)}{s(s + 222)}$$

בחנו את רובסטיות החוג הסגור לאי וודאות בזמן המת τ .

מיקום קטבים בעזרת מטריצת סילבסטר

עבור תהליך

$$P(s) = \frac{\sum_{i=0}^n b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i}$$

ופולינום אופייני רצוי של החוג הסגור

$$\chi_{cl}(s) = \sum_{i=0}^{2n} \chi_i s^i$$

אם קיים פתרון למערכת המשוואות הלינארית

$$\begin{bmatrix} a_n & 0 & \cdots & 0 & b_n & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-1} & a_n & \cdots & 0 & b_{n-1} & b_n & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0 & a_1 & \cdots & a_n & b_0 & b_1 & \cdots & b_n \\ 0 & a_0 & \cdots & a_{n-1} & 0 & b_0 & \cdots & b_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_0 & 0 & 0 & \cdots & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n \\ \alpha_{n-1} \\ \vdots \\ \alpha_0 \\ \beta_n \\ \beta_{n-1} \\ \vdots \\ \beta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{2n} \\ \chi_{2n-1} \\ \vdots \\ \chi_{n+1} \\ \chi_n \\ \vdots \\ \chi_0 \end{bmatrix}$$

אזי הבקר

$$C(s) = \frac{\sum_{i=0}^n \beta_i s^i}{\sum_{i=0}^n \alpha_i s^i}$$

ממקם את קטבי החוג הסגור לפי הפולינום האופייני הרצוי שלעיל. המטריצה שלעיל נקראת מטריצת סילבסטר והיא מדרגה מלאה אם ורק אם אין צימצומים בין המונה והמכנה של הבקר (הפולינומים זרים). שימו לב כי יש לנו $2n+1$ משוואות (לפי הגורמים בפולינום האופייני הרצוי) אבל $2n+2$ משתנים, כלומר קיימים אינסוף פתרונות, או באופן שקול קיימת לנו דרגת חופש לטובת התיכנון.

שאלה מספר 2

נתון מודל של מנוע זרם ישר בעל פונקציית תמסורת מקורבת נתון התהליך

$$P(s) = \frac{25}{s^2 + 3s + 25}$$

תכננו בקר בשיטת מיקום קטבים כך ש

1. לקטבים הדומיננטיים תדירות טבעית זהה לזו של התהליך, מנת ריסון 0.5 ושאר הקטבים ב -10 .
2. כמו בסעיף הקודם רק שהבקר הוא strictly proper.
3. כמו בסעיף 1 והבקר כולל אינטגרטור.
4. כל קטבי החוג הסגור נמצאים ב -10 .