



035188 - תורת הבקרה

תרגול 3

22 באפריל 2025

שאלה מספר 1

נתון התהליך $P(s) = 1/s^2$ כמו בתרגול הראשון.

1. תכננו בקר המקיים את הדרישות הבאות

(א) שגיאת מצב מתמיד אפס להפרעת מדרגה.

(ב) עודף פאזה $\mu_\phi \geq 35^\circ$.

(ג) הבקר סטריקטלי פרופר.

2. כפי שראיתם בהרצאה, אות ייחוס מדרגה אינו פיזיקלי ברוב המקרים. תכננו S-curve שיהווה אות ייחוס המגיע לערך סופי $y_f > 0$, ומקיים את החסמים $|\dot{r}(t)| \leq v_{\max}$ ו- $|\ddot{r}(t)| \leq a_{\max}$. הניחו כי

$$y_f > \frac{v_{\max}^2}{a_{\max}}$$

3. סמלצו את תגובות החוג הסגור לאות הייחוס שתיכננתם עבור

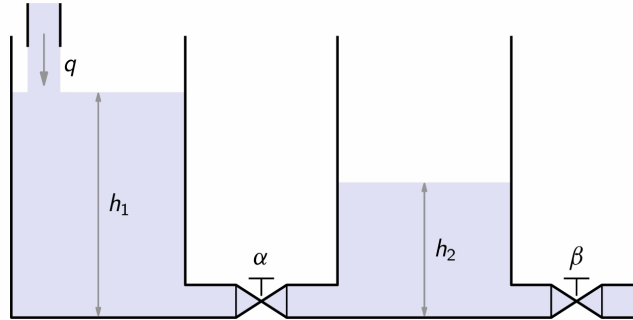
$$r_f = 5, \quad v_{\max} = 2, \quad a_{\max} = 1$$

והשוו לתגובות המתקבלות כתגובה למדרגה טהורה בגובה r_f .

4. תכננו חוג בארכיטקטורת שתי דרגות חופש המבטיח עקיבה מושלמת אחר אות הייחוס שתיכננתם.

שאלה מספר 2

נתונה מערכת שני מיכלים כאשר גובה הנוזל במיכלים הוא h_1, h_2 , כניסת הבקרה היא ספיקת הכניסה למיכל הראשון q , ההתנגדות למעבר בין המיכל הראשון לשני α וההתנגדות ליציאה מהמיכל השני β .



איור 5: מערכת שני מיכלים

תזכורת

□ המשוואות הדינמיות של המערכת בהנחה ש $h_1 > h_2$ הן

$$\sigma \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha\sqrt{h_1 - h_2} + q \\ \alpha\sqrt{h_1 - h_2} - \beta\sqrt{h_2} \end{bmatrix}$$

כאשר σ הוא שטח החתך של המיכלים.

□ נקודת שיווי המשקל עבור גובה $h_{1,eq}$ היא

$$h_{2,eq} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} h_{1,eq} \quad q_{eq} = \sqrt{\frac{\alpha^2 \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} h_{1,eq}}$$

□ עבור משתני הסטייה $x_i = h_i - h_{i,eq}$, $u = q - q_{eq}$ משוואות התנועה הלינאריות יהיו

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \frac{\alpha\sqrt{1 + (\alpha/\beta)^2}}{2\sigma\sqrt{h_{1,eq}}} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 - (\beta/\alpha)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

□ הקטבים הם זוג קטבים ממשיים

$$s_{1,2} = -\frac{\alpha\sqrt{1 + (\alpha/\beta)^2}}{2\sigma\sqrt{h_{1,eq}}} \frac{2\alpha^2 + \beta^2 \pm \sqrt{4\alpha^4 + \beta^4}}{2\alpha^2}$$

עבור $\sigma = 3/\sqrt{2}$, $\alpha = \sqrt{2}$, $\beta = \sqrt{3}$ ונקודת ש"מ

$$h_{1,eq} = \frac{5}{3} \implies h_{2,eq} = \frac{2}{3} \quad q_{eq} = \sqrt{2}$$

נקבל

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{5}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

נגדיר את האות המבוקר y להיות x_1

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

וקשר הכניסה יציאה יהיה

$$P_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{6s + 5}{(s + 1)(s + 1/6)}$$

תכננו אות בקרה שמביא את המערכת מתנאי התחלה

$$\begin{bmatrix} h_1(0) \\ h_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/3 \\ 2/3 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

לנקודת שיווי המשקל חדשה עבור המיכל הראשון **בזמן מינימלי**

$$h'_{1,\text{eq}} = 2 \implies y(t_f) = x_1(t_f) = y_f = 1/3$$

כאשר אות הבקרה חסום לפי

$$u_{\min} = -\sqrt{2} \leq |u(t)| \leq u_{\max} = 2$$