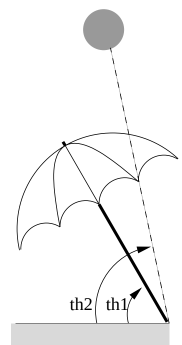
מבוא לבקרה (034040)

גליון תרגילי בית מס' 4



ציור 1: תיאור המערכת

שאלה מס' 1

סטודנט תכנן מערכת המכוונת שמשיה למיקסום הצל שנוצר. המיקום הזוויתי של השמשיה θ מושווה למיקום הזוויתי של השמש θ_2. הפרש הזוויות מהווה כניסה לבקר פרופורציונלי בעל הגבר K. מתח היציאה מהבקר מפעיל מנוע DC בעל הקבועים R, K_b, K_T, J_m המהווים את ההתנגדות, קבוע המתח, קבוע המומנט ומומנט האינרציה בהתאמה. המנוע מייצר מומנט אשר מניע את השמשיה. השמשיה בעלת מומנט אינרציה J. הרוח הנושבת באזור השמשיה יוצרת מומנט $T_d(t)$ אשר פועל על השמשיה. נתונים: $J_m = 0.05[kg\ m^2]$, $J = 1[kg\ m^2]$, $K_T = 2[\frac{N\ m}{A}]$, $K_b = 2[V\ sec]$, $R = 2[\Omega]$.

א. ציירו דיאגרמת בלוקים מפורטת של המערכת.

ב. רשמו את פונקציות התמסורת של החוג הסגור $\frac{\theta(s)}{\theta_2(s)}$, $\frac{\theta(s)}{T_d(s)}$ (כתלות ב-K).

ג. מצאו תחום ערכי K עבורם המערכת בחוג הסגור יציבה.

פתרון לשאלה מס' 1

1. משוואות המנוע:
   - $V = Ri + K_b\dot{\theta}$
   - $J_m\ddot{\theta} = T - T_L$
   - $T = K_T i$
   - $J\ddot{\theta} = T_L + T_d$

משוואות התנועה של השמשיה:

$$(J_m + J)\ddot{\theta} = T + T_d = K_T i + T_d = K_T\frac{1}{R}V + T_d - K_T K_b\dot{\theta}\frac{1}{R}$$

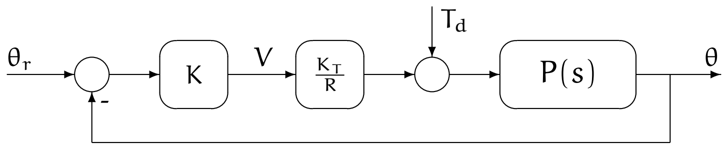
$$\theta(s) = \frac{1}{(J_m + J)s^2 + \frac{K_T K_b}{R}s}\left(\frac{K_T}{R}V + T_d\right) = P(s)\left(\frac{K_T}{R}V + T_d\right)$$

דיאגרמת הבלוקים מתוארת בציור 2.

2.

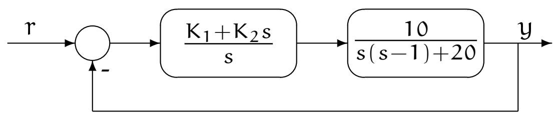
$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{\frac{K_T K}{R}}{(J_m + J)s^2 + \frac{K_T K_b}{R}s + \frac{K_T K}{R}}$$

$$\frac{\theta(s)}{T_d(s)} = \frac{1}{(J_m + J)s^2 + \frac{K_T K_b}{R}s + \frac{K_T K}{R}}$$



ציור 2: דיאגרמת הבלוקים.

3. זוהי מערכת מסדר שני $\Leftarrow$ יציבות אסימפטוטית כאשר $K \in (0, \infty)$.



ציור 3: דיאגרמת הבלוקים

שאלה מס' 2

נתונה המערכת שמתוארת בציור 3.

1. מהי פונקציית התמסורת $\frac{y}{r}$?
2. מהו תחום הערכים של K_1, K_2 עבורם המערכת בחוג סגור יציבה?

פתרון לשאלה מס' 2

1. נמצא את פה"ת מ־r ל־y:

$$\frac{y}{r} = \frac{CP}{1+CP} = \frac{10(K_1+K_2 s)}{s(s(s-1)+20)+10(K_1+K_2 s)} = \frac{10K_2 s + 10K_1}{s^3 - s^2 + (20+10K_2)s + 10K_1}$$

2. הפ"א של החוג הסגור: $\chi_{cl} = s^3 - s^2 + (20+10K_2)s + 10K_1$. ניתן לראות שאין תחום K_2,K_1 המייצב את המערכת בחוג סגור (יש לחפש בקר מצורה שונה).

שאלה מס' 3

נתונה פונקציית התמסורת: $G(s) = \frac{4s}{s^2+s-2}$.

1. האם פונקציה זו יציבה?
2. הוצע לייצב את המערכת בחוג סגור באמצעות בקר פרופורציונלי k_p. האם זה אפשרי? אם כן מצא תחום k_p אשר יבטיח את יציבות החוג הסגור.
3. הוצע לייצב את המערכת בחוג סגור באמצעות הבקר: $C(s) = k_p(1+\frac{k_i}{s})$. האם זה אפשרי? אם כן מצא תחום k_p ו־k_i אשר יבטיח את יציבות החוג הסגור.

פתרון לשאלה מס' 3

1. לפה"ת יש קוטב ימני ולכן היא לא יציבה: $G(s) = \frac{4s}{s^2+s-2} = \frac{4s}{(s+2)(s-1)}$
2. נרשום את הפ"א: $\chi_{cl}(s) = 4sK + s^2 + s - 2 = s^2 + (4K+1)s - 2$. לא ניתן לייצב מכיוון שהאיבר החופשי שלילי ללא תלות ב־K.
3. ישנו צמצום לא יציב בין התהליך והבקר, מסקנה: לא ניתן לייצב בחוג סגור עם בקר הכולל אינטגרטור.

שאלה מס' 4

נתון התהליך: $P(s) = \frac{1}{s^2-5^2}$.

1. האם התהליך יציב?
2. התהליך מחובר בחיבור טורי עם $C(s) = \frac{s-5}{s+5}$. האם המערכת הכוללת יציבה? נמק.
3. התהליך מבוקר בחוג סגור ע"י הבקר הנתון בסעיף הקודם, האם החוג הסגור יציב? נמק.
4. התהליך מבוקר בחוג סגור ע"י בקר פרופורציונלי $C(s) = k_p$, מהו תחום ערכי k_p עבורו החוג הסגור יציב?
5. התהליך מבוקר בחוג סגור ע"י בקר $C(s) = k(s+1)$. מהו תחום ערכי k עבורו החוג הסגור יציב אסימפטוטית?

פתרון לשאלה מס' 4

1. לפה"ת יש קוטב ימני ולכן היא לא יציבה: $P(s) = \frac{1}{s^2-5^2} = \frac{1}{(s+5)(s-5)}$
2. לא. לא ניתן לייצב את התהליך הלא יציב בחוג פתוח.
3. ישנו צמצום לא יציב בין התהליך לבקר, מסקנה: המערכת לא יציבה בחוג סגור.
4. נרשום פ"א: $\chi_{cl} = k_p + s^2 - 5^2 = s^2 + 0s + k_p - 25$. המקדם של s^1 שווה לאפס ולכן לא ניתן להשיג יציבות אסימפטוטית ע"י בקר פרופורציונלי.
5. נרשום את הפ"א: $\chi_{cl} = k(s+1) + s^2 - 5^2 = s^2 + ks + k - 25$. הפ"א מסדר 2 $\Leftarrow$ המערכת יציבה אסימפטוטית עבור $k > 25$.

שאלה מס' 5

נתון תהליך בעל פונקצית התמסורת: $P(s) = \frac{1}{s-2}$. רוצים שהתהליך יפעל כמערכת (מודל רפרנס) יציבה מסדר שני עם מקדם ריסון $\zeta = 0.5$, תדירות תנודה מרוסנת $\omega_d = \sqrt{3}$ ושגיאת מצב מתמיד אפס לכניסת מדרגה בערך הרצוי. מוצעות האפשרויות הבאות:

1. בקרה בחוג פתוח באמצעות חיבור טורי עם $C(s) = \frac{k_0(s-2)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$.
2. בקרה בחוג סגור עם בקר $C(s) = \frac{k(s-2)}{s(s+a)}$.
3. בקרה בחוג סגור עם בקר $C(s) = k_p\left(1 + \frac{k_i}{s}\right)$.

עבור כל אחד מהמקרים הנ"ל:

א. מצא את הפרמטרים הדרושים.

ב. חשב את השגיאה במצב מתמיד להפרעת מדרגה בכניסה לתהליך.

ג. הבע דעתך על היתרונות והחסרונות שלו.

פתרון לשאלה מס' 5

נמצא את ω_n:

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1-0.25}} = 2 \quad \Leftarrow \quad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

נבחר את מודל הרפרנס להיות

$$T_{yr}(s) = \frac{bs+4}{s^2+2s+4},$$

כאשר b הינו פרמטר כלשהו.

1. לא ניתן לייצב את התהליך בחוג פתוח, ז"א $e_{ss} = \infty$.
2. קל לראות שעבור כל בחירה של פרמטרי הבקר, קיים צמצום בין קוטב לא יציב של התהליך ואפס של הבקר. לכן, עבור כל בחירת פרמטרים, המערכת בחוג סגור אינה יציבה פנימית. שוב, $e_{ss} = \infty$.

3. פונקציית התמסורת שמקשרת בין r ל־y במערכת בקרה בחוג סגור הינה

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1+P(s)C(s)} = \frac{\frac{k_p s + k_p k_i}{s(s-2)}}{1+\frac{k_p s + k_p k_i}{s(s-2)}} = \frac{k_p s + k_p k_i}{s^2 + (k_p - 2)s + k_p k_i}$$

מהשוואה עם מודל הרפרנס נקבל

$$k_p = 4, \quad k_i = 1$$

כלומר

$$C(s) = 4\left(1+\frac{1}{s}\right) = \frac{4s+4}{s}$$

נבדוק את הפולינום האופייני:

$$\chi_{cl} = s(s-2) + (4s+4) = s^2 + 2s + 4$$

המערכת יציבה בחוג סגור (אכן ניתן ליישם אותה).