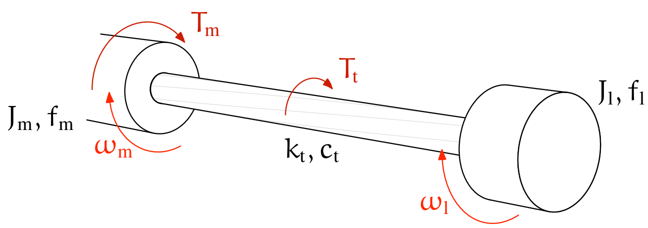
מבוא לבקרה (034040)

גליון תרגילי בית מס' 2



ציור 1: מודל של תמסורת גמישה

שאלה מס' 1

נתון מנוע DC המחובר לעומס ע"י תמסורת גמישה (ממודל כ: $(T_t = k_t(\theta_m - \theta_l) + b_t(\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_l)$ כמתואר בציור 1. נתונים קבועי המערכת:

- $K_m = 10\left[\frac{\text{Nm}}{\text{A}}\right]$ קבוע המומנט של המנוע
- $K_b = 10\left[\frac{\text{V sec}}{\text{rad}}\right]$ קבוע המתח של המנוע
- $R = 1\,[\Omega]$ התנגדות מעגל הרוטור
- $J_m = 1\,[\text{kg m}^2]$ מומנט האינרציה של המנוע
- $J_l = 8\,[\text{kg m}^2]$ מומנט האינרציה של העומס
- $k_t = 80000\left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad}}\right]$ קבוע האלסטיות של התמסורת
- $b_t = 2\left[\frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}\right]$ קבוע השיכוך של התמסורת
- $L = 0\,[\text{H}]$ השראות המנוע זניחה

א. ציירו את דיאגרמת הבלוקים של המערכת בהינתן כי הכניסה הינה הזרם למנוע והיציאה הינה המהירות הזוויתית של המנוע.

ב. מצאו את פונקצית התמסורת של המערכת.

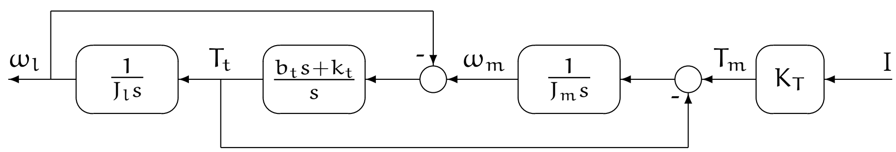
ג. חזרו על הסעיפים א'־ב' כאשר הכניסה היא המתח למנוע והיציאה הינה המהירות הזוויתית של העומס.

פתרון לשאלה מס' 1

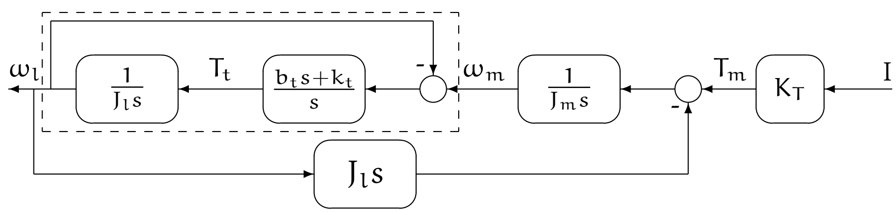
א. נרכז את המשוואות המתארות את המערכת:

$$\begin{cases} T_m = K_T I & \text{(משוואת המנוע)} \\ J_m \dot{\omega}_m = T_m - T_t & \text{(משוואת התנועה של ציר המנוע)} \\ T_t = k_t(\theta_m - \theta_l) + b_t(\omega_m - \omega_l) & \text{(משוואת התנועה של התמסורת)} \\ J_l \dot{\omega}_l = T_t & \text{(משוואת התנועה של העומס)} \end{cases} \quad (1)$$

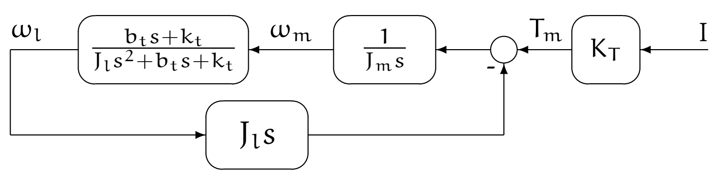
עכשיו יש לנו כל הדרוש כדי לבנות את דיאגרמת הבלוקים של המערכת (ציור 2(א)).



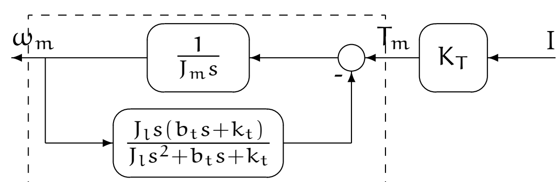
(א)



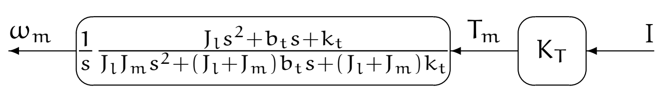
(ב)



(ג)



(ד)



(ה)

ציור 2: דיאגרמת הבלוקים לבעיה מס' 3.

ב. אחרי מספר פעולות (ציורים 2(ב)־2(ד)) נגיע לדיאגרמת הבלוקים הדרושה (ציור 2(ה)) ולפונקציית התמסורת

$$\frac{\omega_m}{I} = G_1(s) = \frac{K_T}{s}\frac{J_l s^2 + b_t s + k_t}{J_l J_m s^2 + (J_l + J_m) b_t s + (J_l + J_m) k_t}.$$

נציב את הערכים המספריים ונקבל:

$$G_1(s) = \frac{10}{s}\frac{s^2 + 0.25s + 10000}{s^2 + 2.25s + 90000}.$$

נרשום את $G_1(s)$ בצורה הבאה:

$$G_1(s) \approx \frac{10}{s}\frac{(s + .125 + j100)(s + .125 - j100)}{(s + 1.125 + j300)(s + 1.125 - j300)}.$$

רואים של־$G_1(s)$ יש 3 קטבים ב־$\{0, -1.125 + j300, -1.125 - j300\}$ ו־2 אפסים ב־$\{-.125 + j100, -.125 - j100\}$.

ג. נרשום את המשוואות המתארות את המערכת:

$$\begin{cases} I = \frac{1}{R}\left(V_{in} - K_b \omega_m\right) & \text{(דינמיקה של רוטור המנוע)} \\ T_m = K_T I & \text{(משוואת המנוע)} \\ J_m \dot{\omega}_m = T_m - T_t & \text{(משוואת התנועה של ציר המנוע)} \\ T_t = k_t(\theta_m - \theta_l) + b_t(\omega_m - \omega_l) & \text{(משוואת התנועה של התמסורת)} \\ J_l \dot{\omega}_l = T_t & \text{(משוואת התנועה של העומס)} \end{cases} \tag{2}$$

נבנה את דיאגרמת הבלוקים של המערכת (ציור 3(א)). נעביר את דיאגרמת הבלוקים לצורה פשוטה יותר (ציורים 3(ב)־3(ג)) ונגיע לדיאגרמת הבלוקים שמתוארת בציור 3(ד).

בסעיף הקודם קיבלנו את פונקציית התמסורת הבאה:

$$\frac{V_{in}}{\omega_l} = G_2(s) = \frac{K_T(b_t s + k_t)}{(J_l s^2 + b_t s + k_t)(R J_m s + K_b K_T) + R J_l s(b_t s + k_t)}.$$

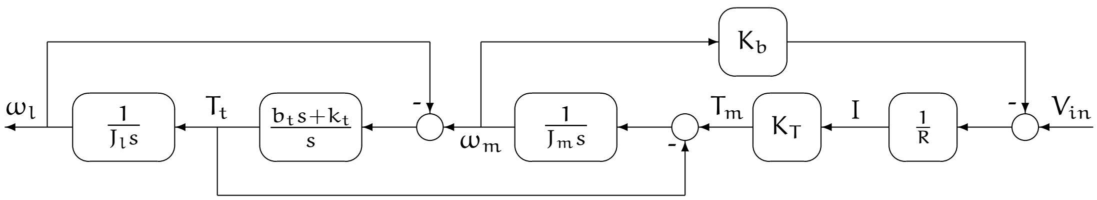
נציב את הערכים המספריים ונקבל:

$$G_2(s) = \frac{10(2s + 80000)}{(8s^2 + 2s + 80000)(s + 100) + 8s(2s + 80000)} = \frac{2.5(s + 40000)}{s^3 + 102.25s^2 + 90025s + 1000000}.$$

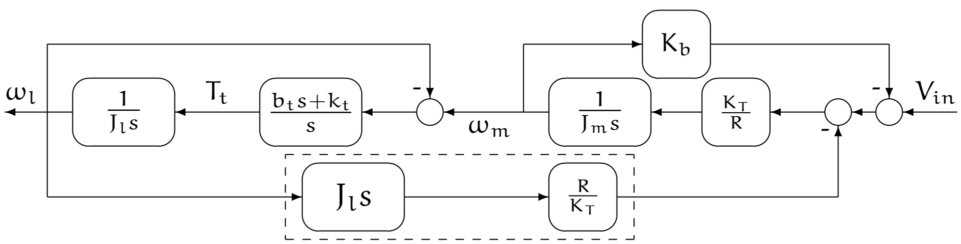
נרשום את $G_2(s)$ בצורה הבאה:

$$G_2(s) \approx \frac{2.5(s + 40000)}{(s + 11.24)(s^2 + 91.01s + 88968)}.$$

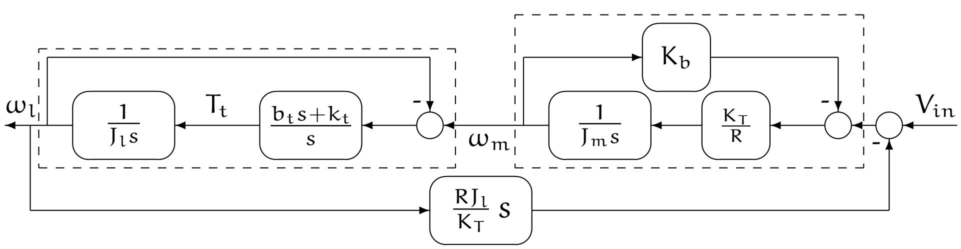
רואים של־$G_2(s)$ יש 3 קטבים ב־$\{-11.24, -45.51 + j294.84, -45.51 - j294.84\}$ ואפס ב־$\{-40000\}$.



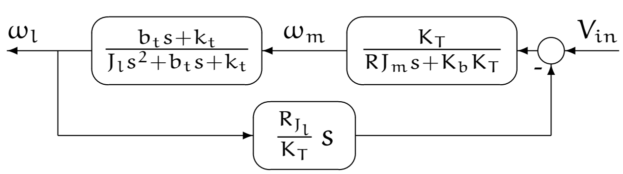
(א)



(ב)

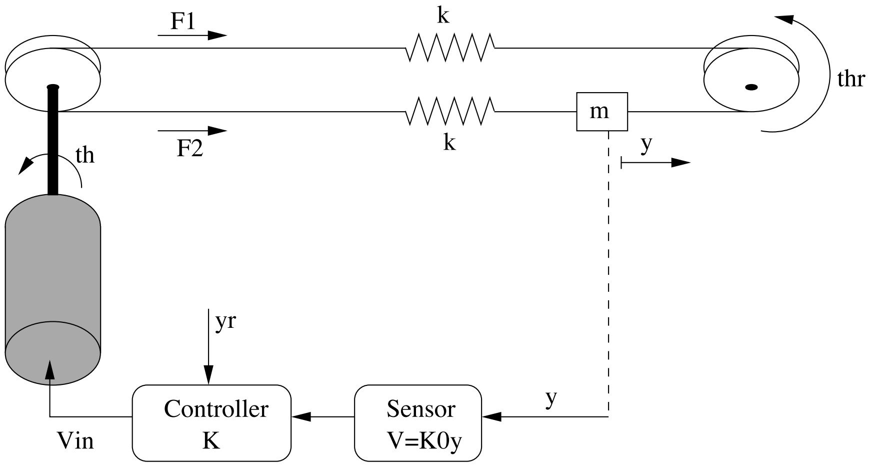


(ג)



(ד)

ציור 3: דיאגרמת הבלוקים לבעיה מס' 3.



ציור 4: תיאור המערכת

שאלה מס' 2

מערכת הבקרה המתוארת בציור 4 מבקרת את מיקומו האופקי של הראש המדפיס במדפסת מחשב. הראש, בעל מסה $m = 0.1[kg]$, מחובר לרצועה הכרוכה על שני גלגלונים בעלי רדיוס $r = 0.1[m]$. קבוע הקפיץ של הרצועה הוא $k = 20[\frac{N}{m}]$. הגלגלון המניע מחובר באופן קשיח למנוע זרם ישר . נתוני המנוע:

- $K_m = 1[\frac{N\,m}{A}]$ קבוע המומנט של המנוע
- $J = 0.005[kg\ m^2]$ מומנט האינרציה של המנוע + הגלגלון המניע
- $b = 5[\frac{N\,m\,sec}{rad}]$ קבוע חיכוך ויסקוזי במנוע

חיישן אופטי מודד את המיקום האופקי הרגעי של הראש ומוציא קריאת זרם $I = K_0 y$, כאשר $K_0 = 1[\frac{A}{m}]$. זרם זה מושווה לזרם I_r המתאים למיקום הרגעי הרצוי y_r, והשגיאה $I_r - I$ משמשת כניסה לבקר פרופורציונלי בעל הגבר K. יציאת הבקר הינה זרם הכניסה למנוע I_{in}.

הכוחות F_1 ו־ F_2 הם המתיחויות ברצועה ונתונים ע"י: $F_1 = -F_2 = kr(\theta - \theta_2)$; $y = r\theta_2$.

דינמיקת הראש המדפיס: $m\ddot{y} = F_1 - F_2$

המשוואה המכנית של המנוע: $T_m - T_e = J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + r(F_1 - F_2)$

כאשר T_m הוא מומנט המסופק ע"י המנוע ו־ T_e הוא מומנט הפרעה.

א. כתוב דיאגרמת בלוקים מפורטת של המערכת הנ"ל וציין בכל בלוק את פונקציות התמסורת המתאימה. כמו כן, יש לציין את משתני הכניסה והיציאה מכל משבצת ויחידותיהם.

ב. חשב את פונקצית התמסורת מ־y_r ל־y (כתלות ב־ K).

ג. מצאו תחום ערכי K עבורם פונקצית התמסורת הזות יציבה אסימפטוטית.

פתרון לשאלה מס' 2

א. נסכם את המשוואות:

המומנט בציר המנוע: $T = T_m - T_e = K_m I_{in} - T_e$

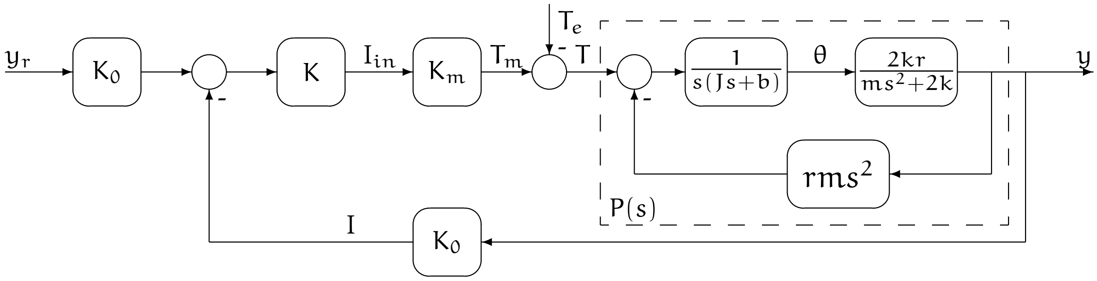
המשוואה המכנית: $\theta = \frac{1}{Js^2+bs}(T - rms^2 y)$

דינמיקת ראש המדפסת: $m\ddot{y} = 2k(r\theta - y) \Rightarrow y = \frac{2kr}{ms^2+2k}\theta$

מדידה: $I = K_0 y$

בקר: $I_{in} = K(K_0 y_r - I)$

דיאגרמת הבלוקים מתוארת בציור 5.



ציור 5: דיאגרמת הבלוקים

ב. נחשב את $P(s)$:

$$P(s) = \frac{\frac{1}{s(Js+b)}\frac{2kr}{ms^2+2k}}{1+\frac{2kr^2ms^2}{(Js+b)(ms^2+2k)s}} = \frac{2kr}{s(Js+b)(ms^2+2k)+2mkr^2s^2}$$

$$\frac{y}{y_r} = \frac{KK_mP(s)}{1+KK_mK_0P(s)}K_0$$

$$\frac{y}{T_e} = \frac{-P(s)}{1+KK_mK_0P(s)}$$

ג. הצבת מספרים:

$$P(s = \frac{8000}{s(s+1000)(s^2+400)+80s^2}$$

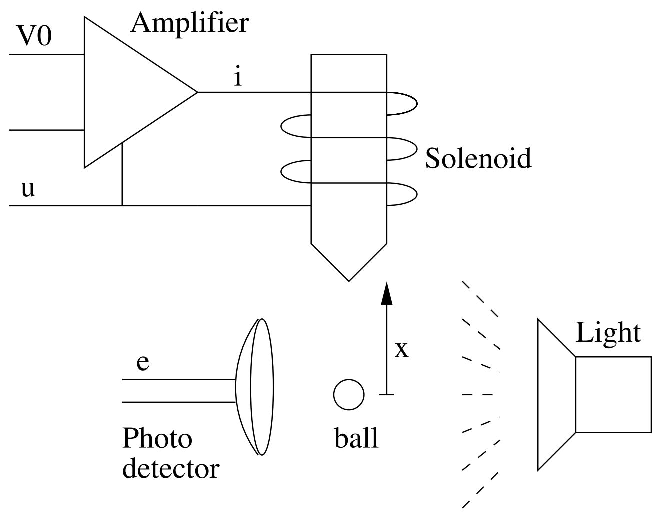
$$\frac{y}{y_r} = \frac{8000K}{s(s+1000)(s^2+400)+80s^2+8000K}$$

$$\frac{y}{T_e} = -\frac{8000}{s(s+1000)(s^2+400)+80s^2+8000K}$$

יציבות (קריטריון ראוט):

s^4	1	480	8000K
s^3	1000	400000	
s^2	80	8000K	
s^1	400000 − 100000K	0	
s	8000K		

המערכת היא יציבה אסימפטוטית עבור $K \in (0,4)$.



ציור 6: תיאור המערכת

שאלה מס' 3

בציור 6 מתוארת מערכת תליה מגנטית. בתזוזות קטנות סביב המצב הרצוי המתח e הנוצר בחישן האופטי פרופורציונלי למיקום האנכי x של כדור לפי $e = K_1 x$. כח המשיכה המגנטי האנכי f של הכדור על ידי הסליל נתון על ידי $f = K_2 i + K_3 x$, כאשר i הינו הזרם הזורם בסליל ומיוצר על ידי $i = K_4(V_0 - u)$. V_0 הינו מתח הייחוס ו־ u הוא מתח המסופק על ידי הבקר לפי $u = C(s)e$.

א. כתוב את משוואות התנועה של הכדור ואת משוואות המערכת.

ב. מצא את ערכי כל המשתנים בשיווי משקל בו $\bar{x} = 0$. מהו $\bar{V_0}$ במקרה זה ?

ג. הגדר משתני סטיה ורשום משוואות ליניאריות המתארות את המערכת.

ד. צייר דיאגרמת בלוקים מפורטת של המערכת הנ"ל עם כל פונקציות התמסורת וכל המשתנים מסומנים עליה.

פתרון לשאלה מס' 3

א. משוואות התנועה של הכדור ומשוואות המערכת:

- $m\ddot{x} = f - mg$
- $e = K_1 x$
- $f = K_2 i + K_3 x$
- $i = K_4(V_0 - u)$
- $u = C(s)e$

ב. שיווי המשקל $\Leftarrow$ $\ddot{x} = 0$; נתון כי $\bar{x} = 0$: $\bar{f} = mg$, $\bar{e} = 0$, $\bar{i} = \frac{\bar{f}}{K_2} = \frac{mg}{K_2}$, $\bar{u} = 0$, $\bar{V_0} = \frac{\bar{i}}{K_4} = \frac{mg}{K_2 K_4}$

ג. משתני סטיה:

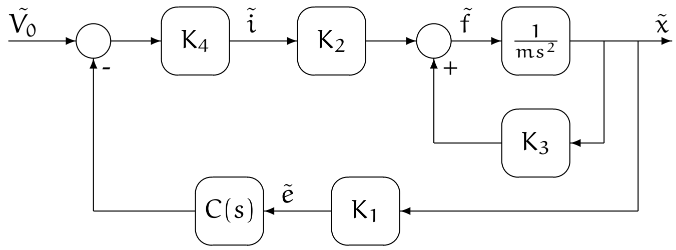
- $\tilde{f} = f - f_e = f - mg$
- $\tilde{e} = e - e_e = e$
- $\tilde{i} = i - \bar{i} = i - \frac{mg}{K_2}$
- $\tilde{u} = u - \bar{u} = u$
- $\tilde{V_0} = V_0 - \bar{V_0} = V_0 - \frac{mg}{K_2 K_4}$
- $\tilde{x} = x - \bar{x} = x$

משוואות לינאריות:

- $m\ddot{\tilde{x}} = \underbrace{\tilde{f} + mg}_{f} - mg = \tilde{f}$

- $\tilde{e} = K_1 \tilde{x}$
- $\tilde{f} + mg = K_2 \underbrace{(\tilde{i} + \frac{mg}{K_2})}_{i} + K_3 \tilde{x} \Rightarrow \tilde{f} = K_2 \tilde{i} + K_3 \tilde{x}$
- $\tilde{i} + \frac{mg}{K_2} = K_4(\tilde{V_0} + \frac{mg}{K_2 K_4} - \tilde{u})$
- $\tilde{u} = C(s)\tilde{e}$

ד. דיאגרמת הבלוקים מתוארת בציור 7.



ציור 7: דיאגרמת הבלוקים.