

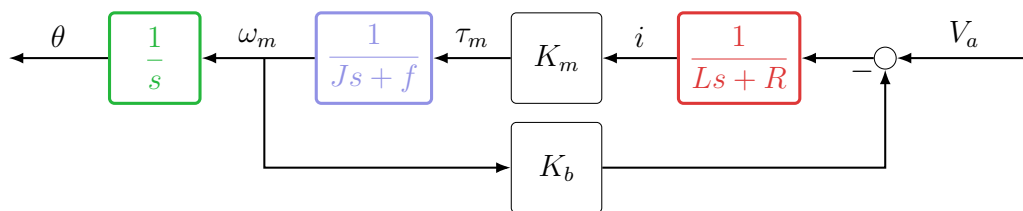


035188 - תורת הבקרה

תרגול 11

21 ביוני 2025

שאלה מספר 1



איור 1: דיאגרמת בלוקים של מנוע חשמלי

באיור 9 מופיעה דיאגרמת בלוקים של מנוע DC, המורכבת מחלק חשמלי, חלק מכאני ואינטגטור, המסומנים באדום, כחול, וירוק בהתאמה. נתון המימוש הפיזיקלי שמצאנו בתרגולים קודמים.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{x}_m(t) \\ \dot{x}_\theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -K_b/L & 0 \\ K_m/J & -f/J & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_m(t) \\ x_\theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$\theta = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{x}_m(t) \\ \dot{x}_\theta(t) \end{bmatrix}$$

נתון גם משוב המצב על בסיס משערך לונברגר

$$u(t) = K\hat{x}(t) + k_r r(t) \quad K = -[0.6875 \quad 690.4063 \quad 1125]$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad L = \begin{bmatrix} -1364 \\ -208.65 \\ -29.5 \end{bmatrix}$$

1. בחנו את ביצועי החוג הסגור עבור:

(א) הפרעת מדרגה $d_1(t) = 50 \cdot \mathbb{1}(t - 5)$

(ב) הפרעת ריצה $d_2(t) = (20 + 10t)\mathbb{1}(t - 5)$

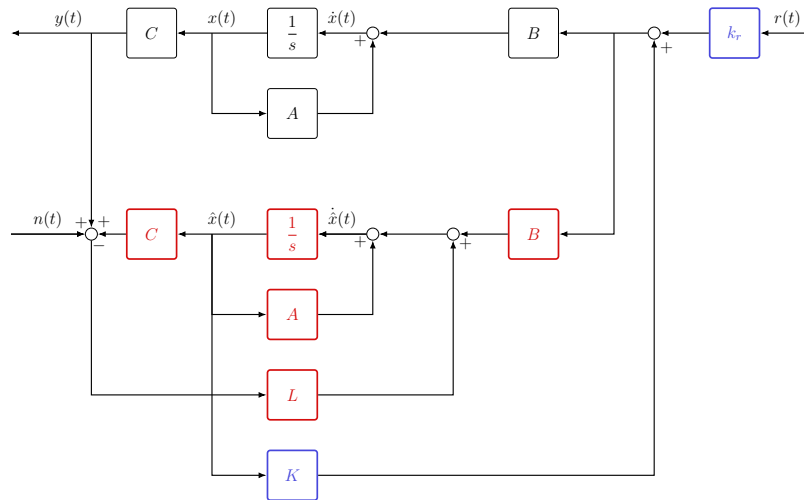
(ג) הפרעה תונדת $d_3(t) = \sin(10t + \pi/4) \cdot \mathbb{1}(t)$

2. תכננו משערך הפרעות שישערך את $d_1(t), d_2(t), d_3(t)$.

3. בחנו את ביצועי המערכת עם משערך ההפרעות.

פתרון שאלה מספר 1

1. סכימת מערכת הבקרה בחוג סגור היא

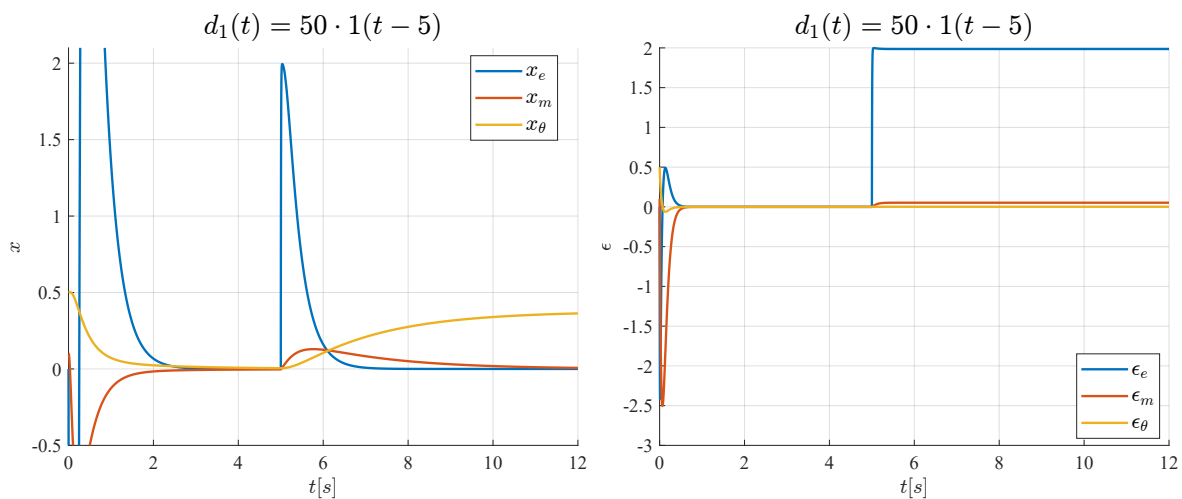


איור 2: סכימת משוב מצב מבוסס משערך

כך שמשוואות המצב בחוג סגור הן

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BK \\ -LC & A + BK + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_r B & B & 0 \\ k_r B & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ d(t) \\ n(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

(א) תגובת המערכת לתנאי התחלה ולכניסה $d_1(t) = 50 \cdot 1(t - 5)$ מוצגת באיור 3.

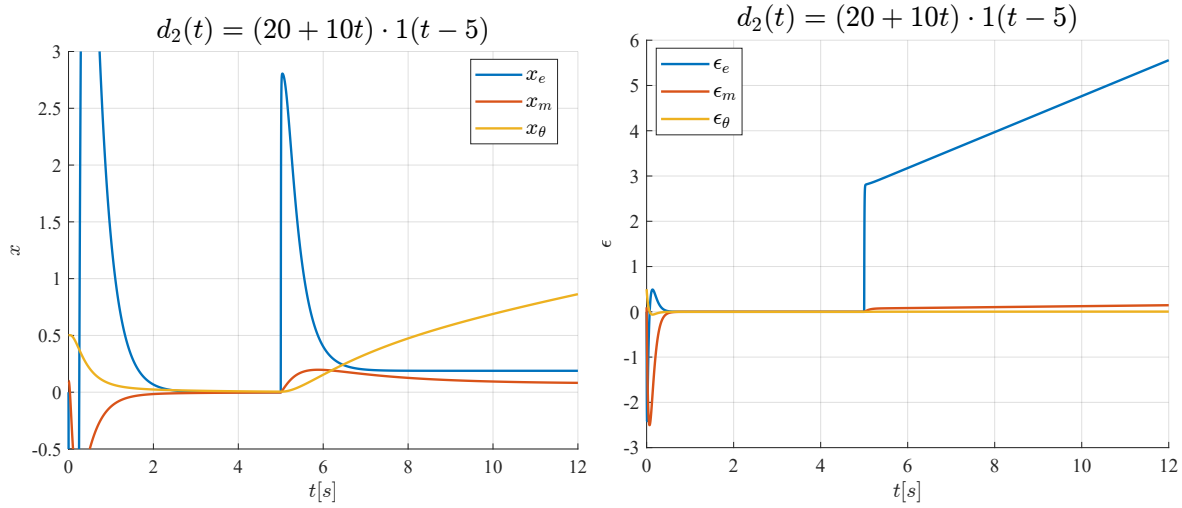


(א) ווקטור המצב

(ב) שגיאת השערך.

איור 3: תגובת ווקטור המצב ושגיאת השערך להפרעת מדרגה.

(ב) תגובת המערכת לתנאי התחלה ולכניסה $d_2(t) = (20 + 10t)\mathbb{1}(t - 5)$ מוצגת באיור 4.

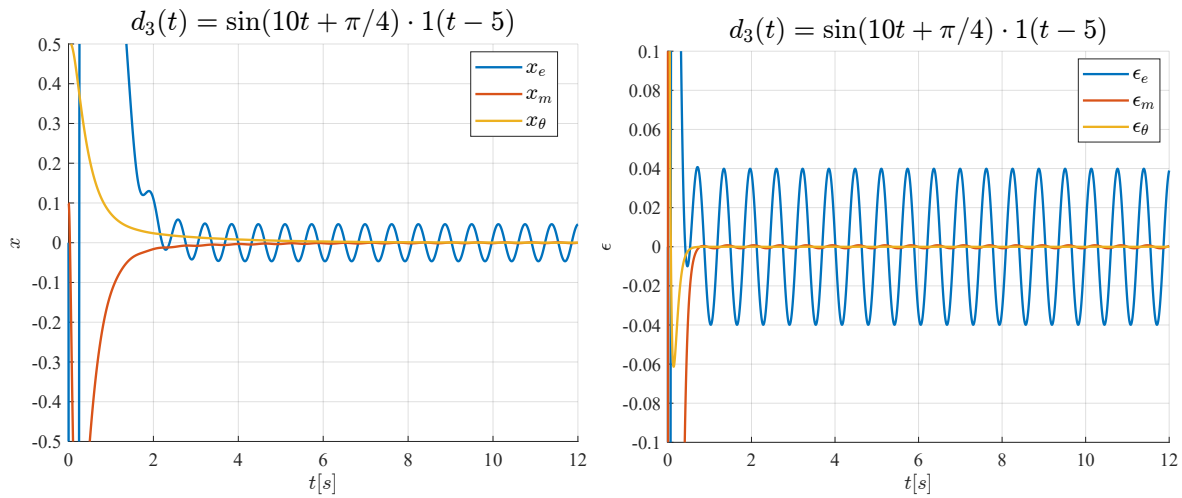


(א) ווקטור המצב

(ב) שגיאת השערוך.

איור 4: תגובת ווקטור המצב ושגיאת השערוך להפרעת ריצה

(ג) תגובת המערכת לתנאי התחלה ולכניסה $d_3(t) = \sin(10t + \pi/4) \cdot \mathbb{1}(t)$ מוצגת באיור 5.



(א) ווקטור המצב

(ב) שגיאת השערוך.

איור 5: תגובת ווקטור המצב ושגיאת השערוך להפרעה תונדת

2. מכיוון שההפרעות אינן ניתנות למדידה, נרצה להשתמש במחוללי הפרעות מהצורה

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) &= A_d x_d(t) \\ d(t) &= C_d x_d(t) \end{cases} \quad x_d(0) = x_{d,0}$$

עבור כניסת הריצה והפרעת המדרגה, נשתמש באותו ממחולל הפרעות

$$d(t) = (d_0 + d_r \cdot t) \cdot \mathbf{1}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} D(s) = \frac{d_0 s + d_r}{s^2}$$

מימוש במרחב המצב עבור מחולל זה יהיה

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_d(t) \\ d(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_d(t) \end{cases} \quad x_d(0) = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_r \end{bmatrix}$$

עבור רעש המדידה נשתמש במחולל ההפרעות

$$d(t) = a \sin(\omega t + \phi) \cdot \mathbf{1}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} D(s) = \frac{a \sin \phi + a \omega \cos \phi}{s^2 + \omega^2}$$

מימוש במרחב המצב עבור מחולל זה יהיה

$$\begin{cases} \dot{x}_d(t) &= \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} x_d(t) \\ d(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_d(t) \end{cases} \quad x_d(0) = \begin{bmatrix} a \sin \phi \\ a \cos \phi \end{bmatrix}$$

על מנת לייצא מחולל הפרעה שהוא קומבינציה של אותות אלה, נחבר את המערכות במקביל

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + (D_1 + D_2)u(t) \end{cases}$$

נקבל

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix} \quad C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

על מנת להוסיף למשעך את המצב של מחולל ההפרעות x_d נגדיר את התהליך המורחב P_a עם המצב

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_d(t) \end{bmatrix} \text{ המורחב}$$

$$P_a : \begin{cases} \dot{\xi}(t) &= \begin{bmatrix} A & BC_d \\ 0 & A_d \end{bmatrix} \xi(t) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \xi(t) \end{cases}$$

כמו שהוכח בהרצאה, המערכת תישאר אובסרבבילית אם ורק אם למערכת המנוע אין אפסים שהם ע"ע של A_d . מכיוון שלמערכת המנוע אין אפסים, המערכת תישאר אובסרבבילית.

לכן, נוכל לתכנן משערך מצב עבור התהליך המורחב

$$\dot{\hat{\xi}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} A & BC_d \\ 0 & A_d \end{bmatrix}}_{\bar{A}} \hat{\xi}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{\bar{B}} u(t) - \bar{L} \left(y(t) - \underbrace{[C \ 0]}_{\bar{C}} \hat{\xi}(t) \right) \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} L \\ L_d \end{bmatrix}$$

את הגבר המשערך המורחב נמצא באותה דרך כמו שמצאנו את ההגבר עבור המערכת ללא ההפרעות בעזרת נוסחת אקרמן לשיערוך.

$$\bar{L} = -\chi_{cl}(\bar{A}) M_o^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

את קטבי המשערך המורחב נבחר להיות זהים למשערך הנתון $p_l = \{-\frac{R}{L}, -15, -15\}$ ועוד 4 קטבים נוספים שימוקמו ב-15. על מנת לדחות את כלל ההפרעות נשתמש בחוק הבקרה

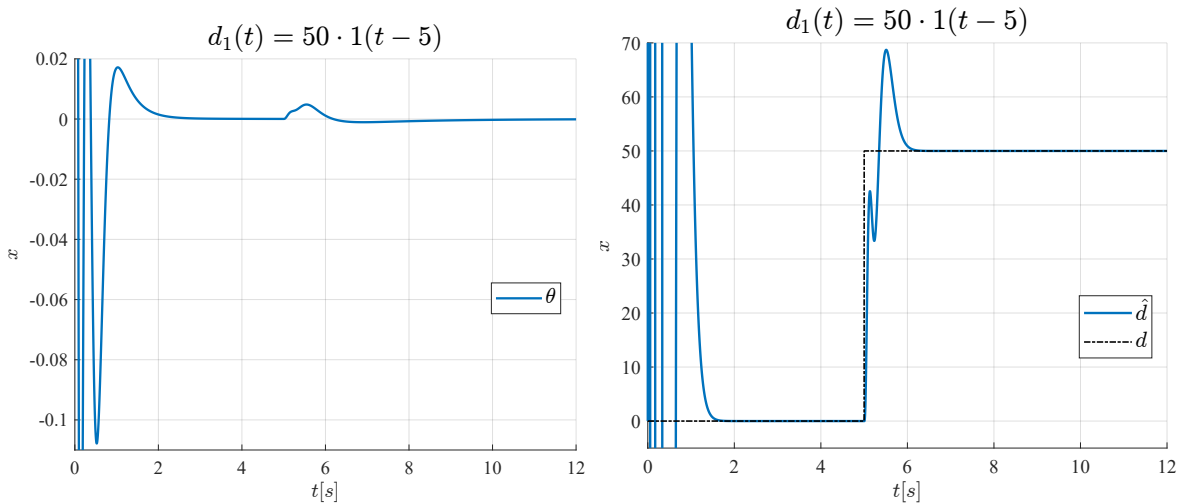
$$u(t) = K\hat{x}(t) - \hat{d}(t) + k_r r(t) = [K \ -C_d] \hat{\xi}(t) + k_r r(t)$$

את משוואות המצב בחוג סגור יהיו

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \\ \dot{\hat{x}}_d(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BK & -BC_d \\ -LC & A + BK + LC & 0 \\ -L_d C & L_d C & A_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \\ \hat{x}_d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d(t)$$

3. נבחן את תגובות המערכת עבור כניסות ההפרעה הנתונות

(א) תגובת המערכת לתנאי התחלה ולכניסה $d_1(t) = 50 \cdot 1(t - 5)$ מוצגת באיור 6.

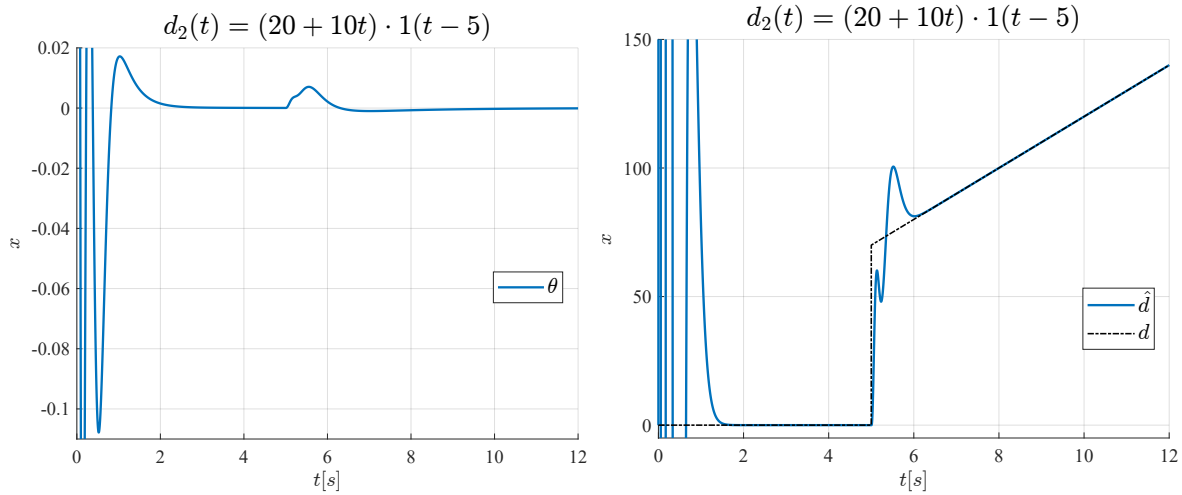


(א) זווית המנוע

(ב) שיערוך ההפרעה

איור 6: תגובת זווית המנוע ושיערוך הפרעת מדרגה.

(ב) תגובת המערכת לתנאי התחלה ולכניסה $d_2(t) = (20 + 10t)\mathbb{1}(t - 5)$ מוצגת באיור 7.

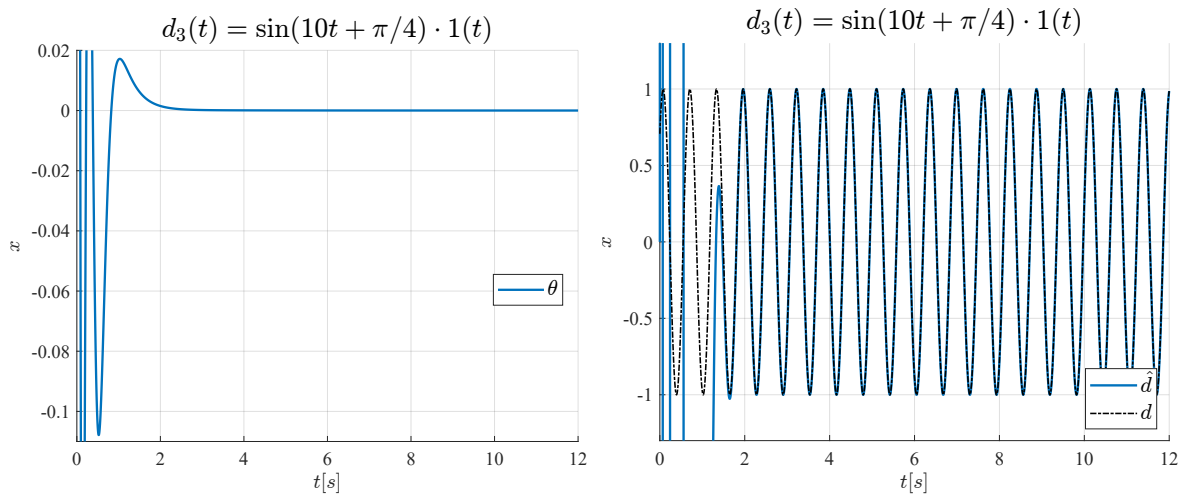


(א) זווית המנוע

(ב) שערך ההפרעה

איור 7: תגובת זווית המנוע ושערך הפרעת ריצה

(ג) תגובת המערכת לתנאי התחלה ולכניסה $d_3(t) = \sin(10t + \pi/4) \cdot \mathbb{1}(t)$ מוצגת באיור 8.



(א) זווית המנוע

(ב) שערך ההפרעה

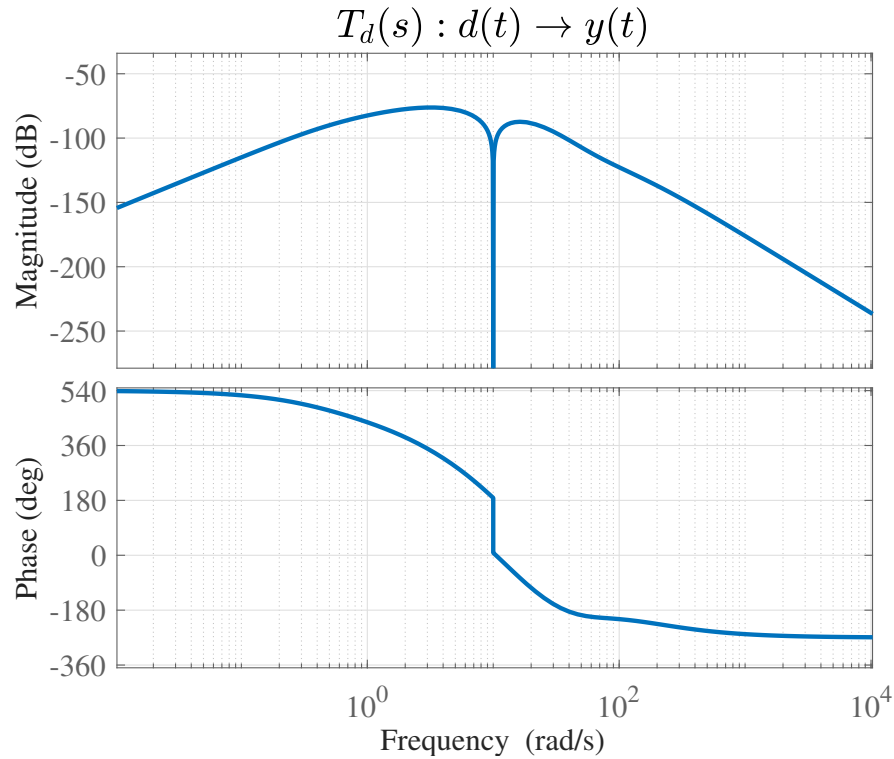
איור 8: תגובת ווקטור המצב ושערך הפרעה תונדת

בהרצאה ראינו שפונקציית התמסורת של בקר המבוסס על משערך הפרעות היא

$$C_y(s) = \frac{u}{y} = -[K \quad -C_d] \left(sI - \begin{bmatrix} A + BK + LC & 0 \\ L_d C & A_d \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} L \\ L_d \end{bmatrix}$$

$$C_y(s) = \frac{-8.9167 \cdot 10^6 (s + 200)(s + 0.5)(s^2 + 4.491s + 6.573)(s^2 + 4.025s + 72.88)}{s^2(s^2 + 100)(s + 202.7)(s^2 + 90.34s + 3835)}$$

כמו שציפינו, קיבלנו שהקטבים של הבקר מכילים את הקטבים של מחוללי ההפרעות לפי עקרון המודל הפנימי. נסתכל תגובת התדירות של פונקציית הרגישות להפרעה.



איור 9: סכימת משוב מצב מבוסס משערך

שימו לב שקיבלנו שהגבר פונקציית דחיית ההפרעות בתדר ההפרעה הוא אפס (אנטי-רזוננס).