

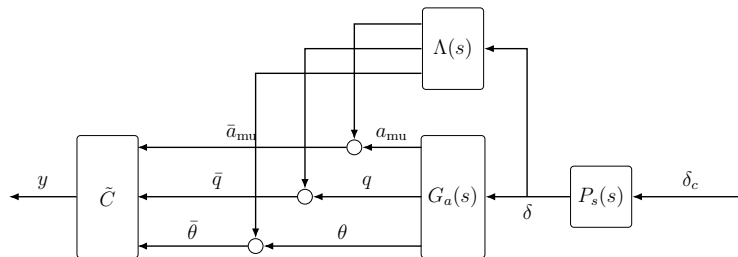


035188 - תורת הבקרה

תרגול 10

12 ביוני 2025

שאלה מספר 1



איור 1: המערכת בשאלה 1

באיור 1 נתון חלק ממידול של טיל במעופו. האות δ_c הוא פקודת הזווית לכנפוני היגוי של הטיל, פונקציית התמסורת $P_s(s)$ היא מערכת מסדר ראשון המהווה מודל מפושט של דינמיקת המפעיל של הכנפונים, והמערכת $G_a(s)$ היא המודל הפיזיקלי של הטיל, המקשרת בין זווית הכנפונים לבין תאוצת ה-IMU, המהירות הזוויתית של גוף הטיל, וזווית גוף הטיל, בהתאמה. בעיה מוכרת במערכות תעופתיות, ובטילים בפרט, היא השפעתם של מודים מבניים (Structural modes) המרעידים את גוף הטיל על מדידות החיישנים השונים. השפעתם של מודים אלו על שלוש המדידות ממודלת בעזרת פונקציית התמסורת,

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} k_a \omega_0^2 s^2 \\ k_q \omega_0 s \\ k_\theta \end{bmatrix} \frac{1}{s^2 + 2\zeta \omega_0 s + \omega_0^2}$$

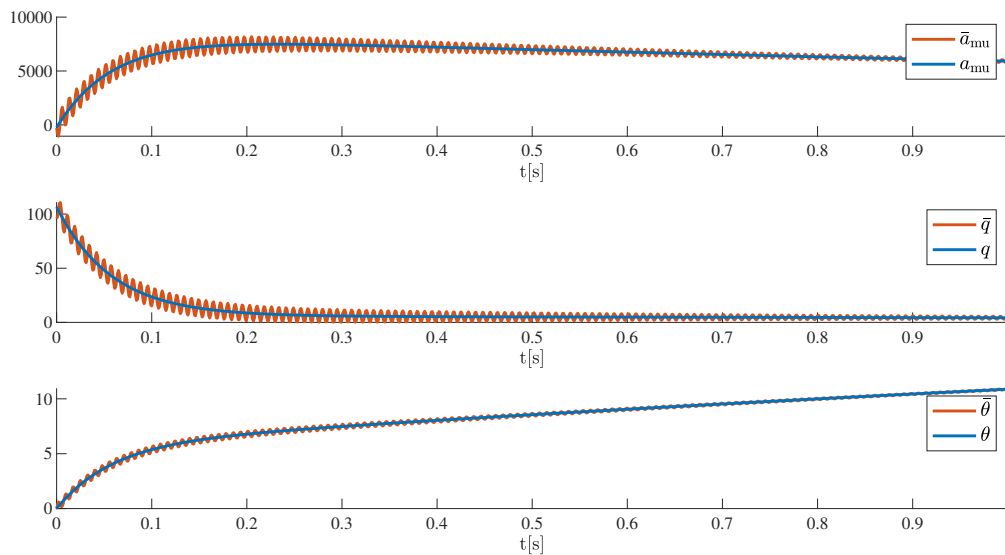
כאשר ω_0 הוא תדר המוד המבני, ζ ריסונו, וההגברים הם הקבועים הרוונטיים. הבלוק $\tilde{C}$ הוא מטריצה סטטית המגדירה איזה שילוב של האותות מגיע לבקר. השפעתם המודים המבניים על חוגי בקרת הטיסה מוסיפה רעש מדידה למערכת, כלומר גם אם הבקר לא נדרש לבקר אותם, השפעתם תופיע במדידה ותגרום להם לתנוד. ניתן לראות השפעה זו באופן איכותי באיור 2, המציג את תגובת האותות השונים לכניסה כלשהי $\delta_c(t)$.

1. בהנחה כי דינמיקת המפעיל נתונה על ידי מודל מסדר ראשון $P_s(s) = 1/(\tau s + 1)$, כיתבו מימושים במרחב המצב למפעיל ול $\Lambda(s)$.

2. כיתבו מימוש במרחב המצב למערכת הכוללת.

3. האם ניתן לבחור את המטריצה $\tilde{C}$ בצורה כזו שתבטל את השפעת המודים המבניים על המדידה?

4. באם התשובה חיובית, בחרו את המטריצה בצורה מתאימה.



איור 2: השוואה בין תגובת המערכת עם המודים המבניים ובלעדיהם

פתרון שאלה מספר 1

1. דינמיקת המפעיל היא מסדר ראשון, לכן מימוש במרחב המצב הוא מיידי

$$\delta(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \delta_c(s) = \left[0 + \frac{1}{\tau} \cdot \left(s - \frac{-1}{\tau} \right)^{-1} 1 \right] \delta_c(s) \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_\delta(t) = -\frac{1}{\tau} x_\delta(t) + \delta_c(t) \\ \delta(t) = \frac{1}{\tau} x_\delta(t) \end{cases}$$

עבור דינמיקת המודים המבניים המצב טיפה יותר מסובך. נשים לב כי קטבי כל איבר זהים, והשוני בין כל התמסורות הוא רק במספר הגזורים. ראשית נבנה מימוש מלווה לאיבר השלישי

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\zeta\omega_0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} k_\theta & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases} = \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B\delta(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

כאשר את מימוש האיברים האחרים נוכל לקבל בעזרת גזירה ושינוי הקבוע בלבד. נסתכל על הוספת גזור ונשתמש בקשר מההרצאה

$$s = sI = (sI - A) + A$$

$$s(sI - A)^{-1} = \cancel{(sI - A)}(sI - A)^{-1} + A(sI - A)^{-1} = I + A(sI - A)^{-1}$$

לכן עבור האיבר השני נקבל

$$\begin{aligned} sC(sI - A)^{-1}B &= C[s(sI - A)^{-1}]B = \\ &= C[I + A(sI - A)^{-1}]B = CB + CA(sI - A)^{-1}B \end{aligned}$$

ובהתאמה עבור האיבר השלישי

$$\begin{aligned} s^2C(sI - A)^{-1}B &= s[CB + CA(sI - A)^{-1}B] = \\ &= sCB + CA[s(sI - A)^{-1}]B = sCB + CA[I + A(sI - A)^{-1}]B = \\ &= sCB + CAB + CA^2(sI - A)^{-1}B \end{aligned}$$

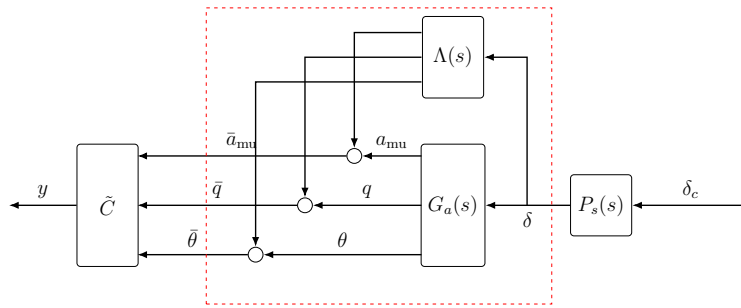
למערכת כניסה אחת ושלוש יציאות, אם נחבר את שלושת המימושים נקבל

$$\Lambda(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_a \omega_0^2}{k_\theta} CAB \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_a \omega_0^2}{k_\theta} CA^2 \\ \frac{k_g \omega_0}{k_\theta} CA \\ C \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} B$$

כאשר המטריצות A, B ו- C הן המטריצות מהמימוש המלווה מתחילת הסעיף.

2. ניתן לבנות מימוש מורחב באופן דומה למימוש שבנינו בתרגול הקודם, אך הפעם יש דרך קצרה יותר. נשים לב כי דינמיקת הטיל ודינמיקת המודים המבניים מחוברים בחיבור מקבילי פשוט, כמתואר בריבוע האדום באיור 3, כאשר המפעיל מחובר אליהם בחיבור טורי, כלומר המערכת כולה נתונה על ידי

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_{mu} \\ \bar{q} \\ \bar{\theta} \end{bmatrix} = (G_a(s) + \Lambda(s)) P_s(s) \delta_c$$



איור 3: פישוט המערכת בשאלה 1

בהרצאה ראיתם נוסחאות סגורות לחיבור טורי ומקבילי של מערכות במרחב המצב, עבור חיבור מקבילי

$$G_1 + G_2 : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + (D_1 + D_2)u(t) \end{cases}$$

ועבור חיבור טורי

$$G_1 G_2 : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ B_2 C_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 D_1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} D_2 C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + D_2 D_1 u(t) \end{cases}$$

חשוב לשים לב כי יש משמעות לסדר! בביטוי לעיל עבור חיבור טורי האות נכנס למערכת G_1 והיציאה מ- G_1 היא האות הנכנס ל- G_2 . כאשר עובדים עם מערכות בעלות יותר מכניסה ויציאה אחת היפוך הסדר לא תמיד מוגדר, כמו במקרה זה, ובאופן כללי $G_1 G_2 \neq G_2 G_1$.

תחילה נחבר את שתי המערכות המחוברות במקביל, במקרה זה אין משמעות לסדר, ונקבל

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_{G_a}(t) \\ \dot{x}_\Lambda(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{G_a} & 0 \\ 0 & A_\Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{G_a}(t) \\ x_\Lambda(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{G_a} \\ B_\Lambda \end{bmatrix} \delta(t) \\ \begin{bmatrix} \bar{a}_{mu}(t) \\ \bar{q}(t) \\ \bar{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{G_a} & C_\Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{G_a}(t) \\ x_\Lambda(t) \end{bmatrix} + (D_{G_a} + D_\Lambda)\delta(t) \end{cases}$$

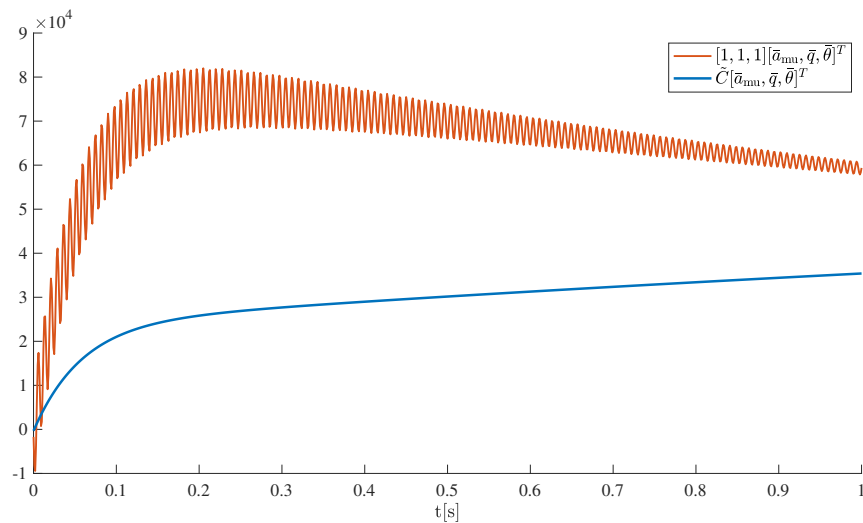
כעת כל שנותר זה לחבר את המערכת החדשה עם מימוש המפעיל בטור, חשוב לשים לב כי הכניסה למערכת היא האות $\delta_c(t)$, כניסה זו נכנסת קודם כל למפעיל ורק אז לדינמיקת הטייל. נציב בנוסחא ונקבל

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ \dot{x}_{G_a}(t) \\ \dot{x}_\Lambda(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 \\ B_{G_a}C_p & A_{G_a} & 0 \\ B_\Lambda C_p & 0 & A_\Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_{G_a}(t) \\ x_\Lambda(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_c(t) \\ \begin{bmatrix} \bar{a}_{mu}(t) \\ \bar{q}(t) \\ \bar{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (D_{G_a} + D_\Lambda)C_p & C_{G_a} & C_\Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_{G_a}(t) \\ x_\Lambda(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

וזהו מימוש המערכת הכוללת.

3. אנו רוצים "נקות" את המדידה הרצויה מהשפעות המוד המבני, מה הכוונה? היזכרו בדוגמת שתי המסות מההרצאה, שם עבור בחירת יציאה (מדידה) שונה התקבלו פונקציות תמסורת שונות עם קטבים שונים. לדוגמא כאשר בחרתם את היציאה בתור סכום התזוזות של שתי המסות, דבר השקול לבחינת מרכז המאסה של המערכת, לא ניתן היה לראות תנודות כלל. פרמטר הכיוון שלנו, המטריצה $\tilde{C}$, מחוברת בטור למימוש הכולל מהסעיף הקודם, כלומר היא מייצרת "ערבוב" של המדידות השונות במערכת. אם נצליח לבחור אותה כך ששני המודים המבניים הלא מרוסנים אינם אבוסרביליים דרך y , לא נראה את השפעת התנודות ביציאה, בדיוק כמו במקרה של שתי המסות.

שימו לב כי לא כל ערבוב של מדידות ינקה את המודים המבניים מהיציאה. לדוגמא באיור 4 מוצגים שני עירבובים שונים, פעם אחת כאשר $\tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, כלומר ניתן משקל שווה לכל מדידה, ובכחול ערבוב אשר הופך את המוד המבני ללא אבוסרבילי, כפי שיוסבר בסעיף הבא.



איור 4: שני עירבובי מדידות

4. על מנת להפוך את המודים המבניים ללא אובסרבבילים, ראשית עלינו למצוא את הוקטורים העצמיים הימניים השייכים להם במערכת הכוללת. ממבחן PBH אנו יודעים כי המערכת עשויה לאבד אובסרבביליות (או קונטרולביליות) אך ורק עבור הערכים העצמיים של מטריצת A של המימוש. נשים לב כי מטריצת A של המימוש הכולל היא בלוק משולשת תחתונה, ואנו מעוניין בוקטורים עצמיים הרלוונטיים רק לבלוק האלכסוני התחתון, ואפילו רק לתת הבלוק השני באלכסון. מכאן אנו יודעים שהערכים העצמיים של A_Λ הם גם ערכים עצמיים של המטריצה הכוללת, והוקטורים העצמיים שלהם מקיימים

$$\left[\begin{array}{c|cc} \lambda I - A_p & 0 & 0 \\ -B_{G_a} C_p & \lambda I - A_{G_a} & 0 \\ -B_\Lambda C_p & 0 & \lambda I - A_\Lambda \end{array} \right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\lambda I - A_\Lambda)\eta \end{bmatrix}$$

כלומר ניתן למצוא אותם בעזרת חישוב וקטורים עצמיים של מערכת מסדר שני בלבד. נחפש את הוקטורים העצמיים עבור המטריצה הנתונה

$$\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ \omega_0^2 & \lambda + 2\zeta\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \implies \lambda x_1 = x_2$$

הערכים העצמיים של המערכת ידועים והם זוג צמוד מרוכב, נבחר בלי הגבלת הכלליות $x_2 = 1$ ונקבל את הוקטורים העצמיים הבאים

$$\eta_{1,2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_{1,2}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

אנו רוצים שמבחן PBH לאובסרבביליות יכשל עבור המודים המבניים התונדים, כלומר אנו רוצים לכוון את $\tilde{C}$ כך שיתקיים

$$\tilde{C} \begin{bmatrix} (D_{G_a} + D_\Lambda)C_P & C_{G_a} & C_\Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_{1,2} \end{bmatrix} = 0$$

עבור הוקטורים העצמיים שמצאנו. אילוץ זה לא תלוי כלל בדינמיקת המפעיל או הטיל, לכן ניתן לפשט את הבעיה לשני ממדים בלבד

$$\tilde{C} \begin{bmatrix} \frac{k_a \omega_0^2}{k_\theta} C A^2 \\ \frac{k_q \omega_0}{k_\theta} C A \\ C \end{bmatrix} \eta = \tilde{C} \begin{bmatrix} -k_a \omega_0^4 & -2k_a \zeta \omega_0^3 \\ 0 & k_q \omega_0 \\ k_\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_0} \\ 1 \end{bmatrix} = \tilde{C} \begin{bmatrix} -k_a \omega_0^3 (\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}) \\ k_q \omega_0 \\ -\frac{k_\theta}{\omega_0} (\zeta \mp \sqrt{\zeta^2 - 1}) \end{bmatrix} = 0$$

היות והמוד תת מרוסן אנו יודעים כי $\sqrt{\zeta^2 - 1} = j\sqrt{1 - \zeta^2}$, הקוארדינטה האמצעית ממשית תמיד והשתיים האחרות מרוכבות אך בעלות חלקים מדומים זהים עד כדי קבוע, לכן מספיקות לנו שתי דרגות חופש על מנת לפתור את הבעיה. נבחר

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_1 & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

ונפתור את המשוואה בצורה פרמטרית

$$\begin{bmatrix} 1 & \sigma_1 & \sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -k_a \omega_0^3 (\zeta \pm j\sqrt{1 - \zeta^2}) \\ k_q \omega_0 \\ -\frac{k_\theta}{\omega_0} (\zeta \mp j\sqrt{1 - \zeta^2}) \end{bmatrix} = -k_a \omega_0^3 (\zeta \pm j\sqrt{1 - \zeta^2}) + \sigma_1 k_q \omega_0 - \sigma_2 \frac{k_\theta}{\omega_0} (\zeta \mp j\sqrt{1 - \zeta^2}) = 0$$

נקבל שתי משוואות, אחת עבור החלק הממשי ואחת עבור החלק המדומה

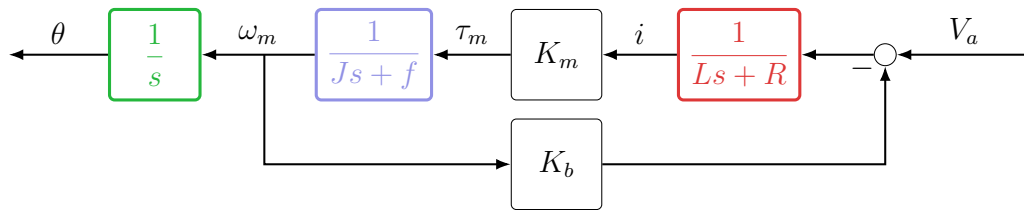
$$\begin{cases} -k_a \omega_0^3 \zeta + \sigma_1 k_q \omega_0 - \sigma_2 \frac{k_\theta}{\omega_0} \zeta = 0 \\ \mp k_a \omega_0^3 \sqrt{1 - \zeta^2} \pm \sigma_2 \frac{k_\theta}{\omega_0} \sqrt{1 - \zeta^2} = 0 \end{cases}$$

לאחר סידור נקבל ביטויים אנליטיים כתלות בפרמטרי המערכת

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{2k_a\omega_0^2\zeta}{k_q} \\ \sigma_2 = \frac{k_a}{k_\theta}\omega_0^4 \end{cases}$$

תוך שימוש בנוסחאות אלו נוכל לקבל יציאה שלא מושפעת מהמוד המבני התונד כפי שרצינו, אך "נשלם" על כך באיבוד דרגות חופש לבקרה שכן כעת זמינה לנו רק המדידה המעורבבת ולא שלוש המדידות הנפרדות.

שאלה מספר 2



איור 5: דיאגרמת בלוקים של מנוע חשמלי

באיור 5 מופיעה דיאגרמת בלוקים של מנוע DC, המורכבת מחלק חשמלי, חלק מכאני ואינטגטור, המסומנים באדום, כחול, וירוק בהתאמה. נתון המימוש הפיזיקאלי שמצאנו בתרגולים קודמים.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{x}_m(t) \\ \dot{x}_\theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -K_b/L & 0 \\ K_m/J & -f/J & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_m(t) \\ x_\theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

בתרגול הקודם, הוצע להשתמש בחוק הבקרה הבא

$$V_a(t) = -3Lx_e(t) + \left(K_b - \frac{3JR}{K_m}\right)x_m(t) - \frac{3Rf}{K_m}x_\theta(t)$$

מכיוון שחוק בקרה זה מבוסס על משוב מצב מלא, נדרש להוסיף משעריך מצב על מנת לממש את חוק בקרה זה.

1. האם ניתן לממש את חוק הבקרה כאשר על המנוע מורכב אנקודר בלבד? אם כן, תכננו משעריך לונברגר עם קטבים $p_l = -29, -30, -31$. מה ניתן להגיד על דינמיקת המשעריך ביחס לשערוך המהירות?

2. עבור המשעריך מהסעיף הקודם, מה הם עודפי היציבות של החוג הסגור המתקבל בשימוש במשעריך? מה רוחב הסרט של פונקציית הרגישות המשלימה?

$$K_m = 0.0396[\text{Nm/A}], \quad K_b = 0.0396[\text{Vs/rad}], \quad J = 0.125[\text{Kg} \cdot \text{m}^2], \\ f = 0.05[\text{Nm} \cdot \text{s/m}], \quad R = 6.8[\Omega], \quad L = 2.65 \times 10^{-4}[\text{H}]$$

פתרון שאלה מספר 2

1. עבור מדידת הזווית בלבד, נגדיר את מטריצת היציאה C_2 להיות

$$C = [0 \quad 0 \quad 1]$$

מטריצת האובסרבביליות היא

$$M_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ C^2A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{f}{J} & 0 \end{bmatrix}$$

קיבלנו ששורות מטריצת האובסרבביליות בלתי תלויות ולכן $\text{rank } M_o = 3$ והמערכת אובסרבבילית וניתן לתכנן מערכת משערך מצב עם קטבים הממוקמים כרצוננו בעזרת נוסחת אקרמן לשערוך

$$L = -\chi_{cl}(A)M_o^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

נקבל

$$L = [5.47 \cdot 10^{-8} \quad -846.56 \quad -58.60]$$

בהרצאה ראינו שהקשר בין המדידות ואות הבקרה למצב המשערך הוא

$$\begin{cases} G_{\hat{x}u} = (sI - A - LC)^{-1}B \\ G_{\hat{x}y} = (sI - A - LC)^{-1}L \end{cases}$$

על מנת לבחון את דינמיקת המשערך ביחס לשערוך המהירות, נגדיר מטריצת יציאה עבור המצב השני של המשערך $\hat{x}_m$.

$$C_{\hat{x}_m} = [0 \quad 1 \quad 0]$$

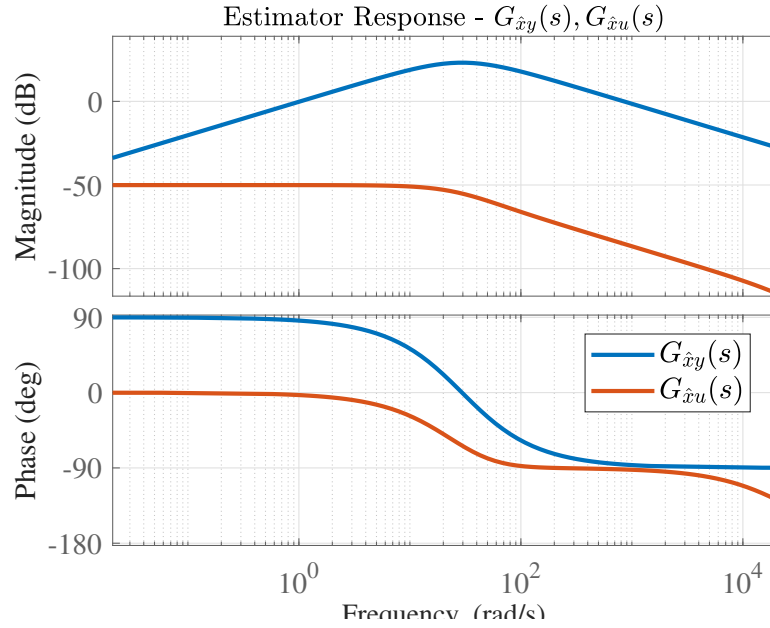
כעת נבחן את תגובת התדירות של שתי פונקציות התמסורת שקיבלנו.

$$G_{\hat{x}u} = C_{\hat{x}_m}(sI - A - LC)^{-1}B = \frac{1195.5(s + 58.6)}{(s + 2.566 \cdot 10^4)(s + 30)(s + 29)}$$

$$G_{\hat{x}y} = C_{\hat{x}_m}(sI - A - LC)^{-1}L = \frac{846.56s}{(s + 30)(s + 29)}$$

שימו לב שביחס למדידת הזווית, קיבלנו שהמשערך הוא גוזר מפולטר כפי שניתן היה לצפות עבור הקשר בין הזווית למהירות. עם זאת, השימוש במשערך עזר לנו לקבל החלטה מושכלת ביחס לבחירת התדר בו נתחיל לסנן את תוצאת הגזירה. כמו כן, המשערך משתמש במידע נוסף המסופק על ידי אות הבקרה כך שהמשערך "מפצה" על פיגור הפאזה המגיע מסינון הגזירה. (נסו בבית!)

תגובת המערכת לכניסת מדרגה ותנאי ההתחלה $x(0) = [0 \quad 0.1 \quad 0.5]$ מוצגת באיור 7.



איור 6: תגובת התדירות של המשערך ביחס למהירות המנוע

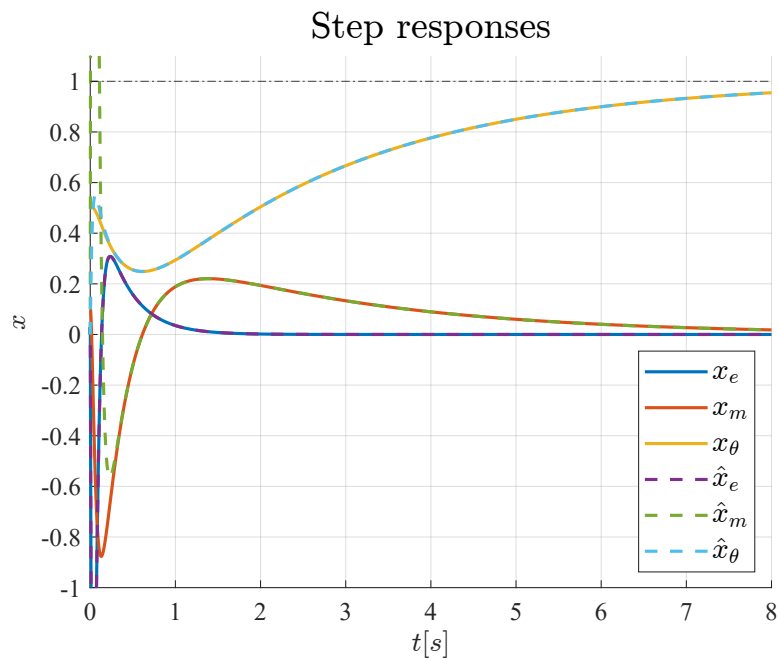
2. על מנת לבחון את תגובת התדירות של חוג הבקרה הסוגר לאחר שילוב המשערך עם משוב המצב, נסתכל על משוואות המצב המלאות הכוללות את המצב של התהליך x ואת המצב של המשערך $\hat{x}$.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BK \\ -LC & A + BK + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} + k_r \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} r(t) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

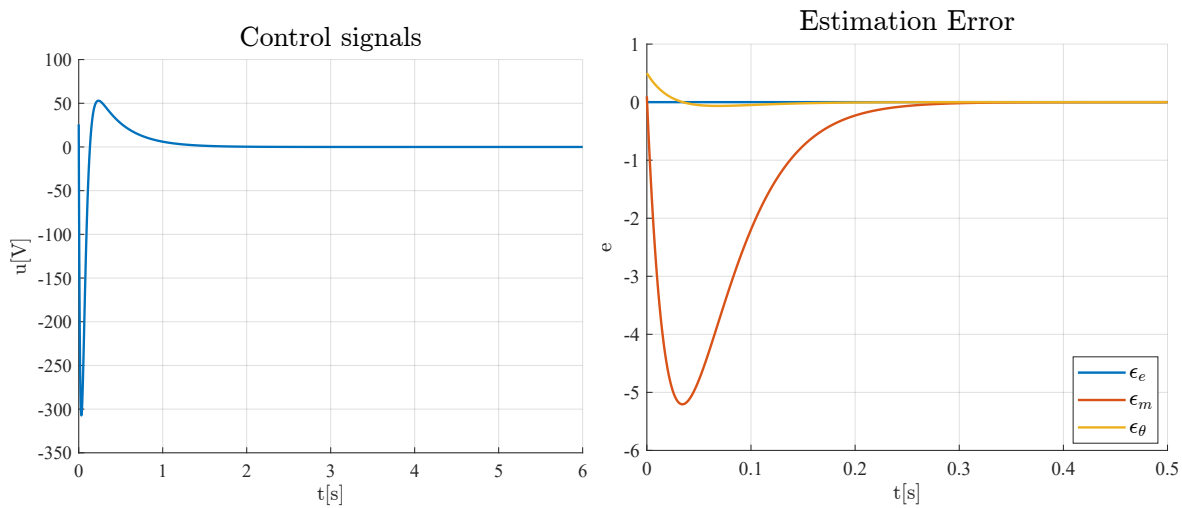
ופונקציית התמסורת בין אות היחוס ליציאה תהיה

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = k_r \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \left(sI - \begin{bmatrix} A & BK \\ -LC & A + BK + LC \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix}$$

קיבלנו שרוחב הסרט של החוג הסוגר הוא $\omega_b \approx 0.4 [\text{rad/s}]$.



איור 7: תגובת המערכת למדרגה ותנאי התחלה עבור משוב מצב מבוסס משערך

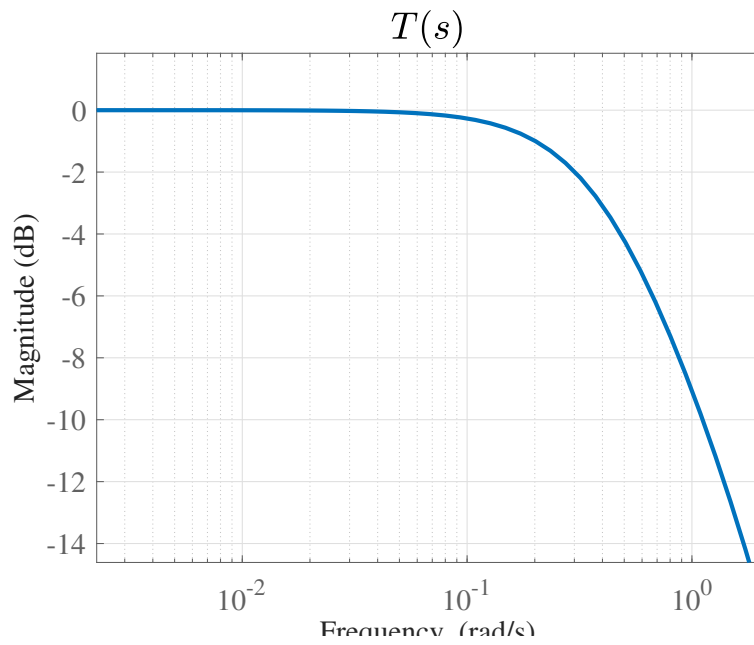


(א) אות הבקרה עבור המשערך עם שתי מדידות. (ב) שגיאת השערך עבור משערך עם שתי מדידות.

איור 8: אות הבקרה ושגיאת השערך

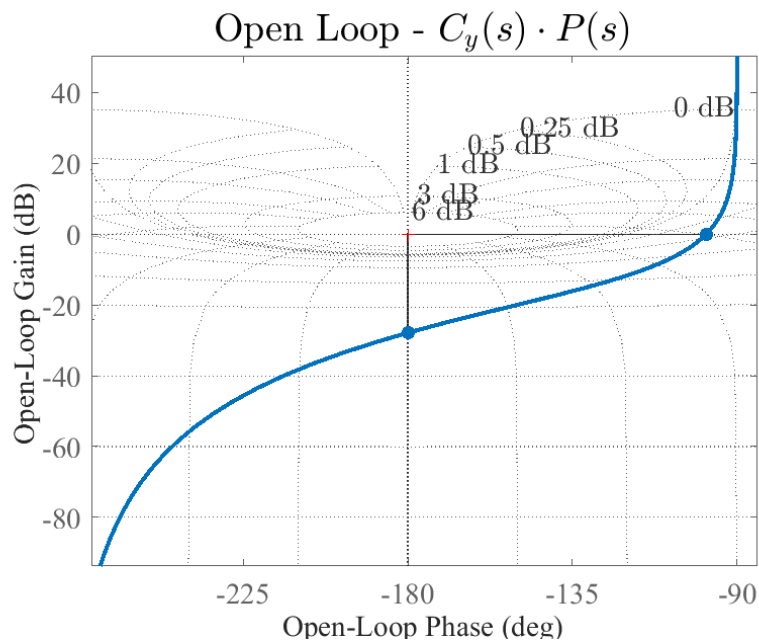
בהרצאה ראינו שבהנחה שתנאי ההתחלה הם אפס, ניתן לכתוב את הבקר הכולל בתור מסנן מקדים $C_r(s)$ ובקר בחוג סגור $C_y(s)$

$$\begin{cases} C_r(s) &= (1 + K(sI - (A + BK + LC))^{-1}B)k_r \\ C_y(s) &= -K(sI - (A + BK + LC))^{-1}L \end{cases}$$



איור 9: תגובת התדירות של פונקציית הרגישות המשלימה בשימוש של בקר מבוסס משערך.

כך שניתן לבחון את החוג הפתוח $C_y(s)P(s)$



איור 10: תגובת תדירות של $C_y(s)P(s)$

קיבלנו שעודפי היציבות הם:

$$\begin{cases} \mu_{ph} = 81.6^\circ & \omega_c = 2.48[rad/s] \\ \mu_g = 27.9[dB] & \omega_{ph} = 32.3[rad/s] \end{cases}$$