



תורת הבקרה (035188)

סמסטר אביב תשפ"ג

תרגול מס' 10

משוב מבוסס משערך

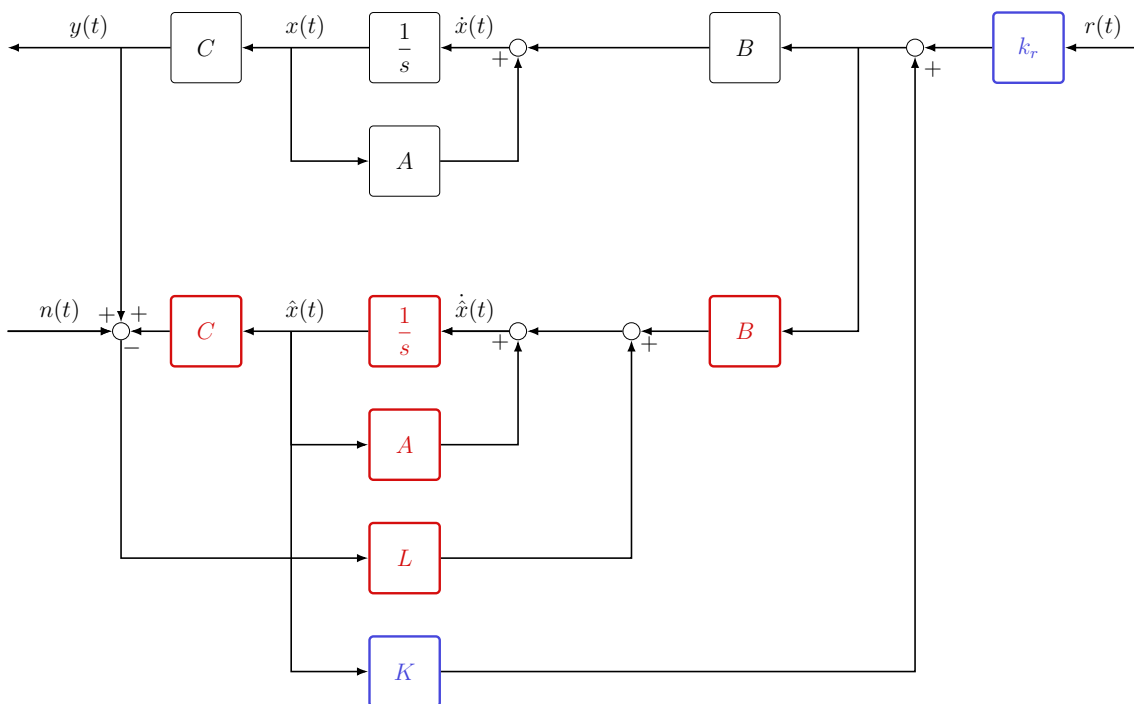
הרעיון: בהינתן מערכת לינארית קבועה בזמן שלא כל וקטור המצב שלה ניתן למדידה

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(d(t) + u(t)) \\ y(t) = Cx(t) + n(t) \end{cases}$$

נרצה לתכנן בקר דינאמי ששיחזר את וקטור המצב כולו, כך שנוכל לתכנן חוק בקרה בסגנון של משוב מצב, $u(t) = K\hat{x}(t)$ ועדיין להבטיח יציבות. לשם כך נבנה לתהליך משערך לואנברגר (חיישן וירטואלי) המקבל בתור כניסה את היציאה מהתהליך ואת אות הבקרה והיציאה ממנו היא אות הבקר הרצוי, כלומר מערכת מהצורה

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(y(t) - C\hat{x}(t)) \\ u(t) = K\hat{x}(t) \end{cases}$$

דיאגרמת בלוקים המתארת את הבקר נתונה באיור 1 כאשר בכחול מתוארת הבקרה ובאדום השיערוך. את החוג



איור 1: דיאגרמת בלוקים של משוב מבוסס משערך

הסגור ביחד עם בקר מבוסס משערך ניתן לכתוב במרחב המצב בתור

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\epsilon}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_K & -BK \\ 0 & A_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \epsilon(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} k_r r(t) + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ L \end{bmatrix} n(t)$$

$$.A_K := A + BK, \quad A_L := A + LC, \quad \epsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

מסנן קלמן

מסנן קלמן הוא פתרון לבעיית השיערוך לינארי-ריבועי (אנלוגי לבקר LQR) תוך הנחה שהרעשים וההפרעות ניתנים למידול בתור רעשים לבנים בעלי עוצמות σ_d ו- σ_n בהתאמה. תחת הנחה זו מדובר במשערוך האופטימלי הממזער את פונקציית המחיר

$$.J = \int_0^\infty (x(t) - \hat{x}(t))'(x(t) - \hat{x}(t)) dt$$

אם מתקיימים התנאים

1. הצמד (A, C) דיטקטבילי

2. $\sigma_n > 0$

3. לצמד $(A, B\sigma_d)$ אין מודים לא קונטרולביליים על הציר המדומה

אזי הגבר השיערוך האופטימלי נתון על ידי

$$L = -\sigma_n^{-1} \bar{Y} C'$$

כאשר \bar{Y} הוא הפתרון המייצב של משוואת ריקאטי הבאה

$$.\bar{Y} A' + A \bar{Y} + \sigma_d B B' - \sigma_n^{-1} \bar{Y} C' C \bar{Y} = 0$$

שימו לב שזה שקול לתכנון בקר אופטימלי עבור

$$.\dot{\tilde{x}}(t) = A' \tilde{x}(t) + C' \tilde{u}(t), \quad \begin{pmatrix} Q & S \\ S' & R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_d B B' & 0 \\ 0 & \sigma_n \end{pmatrix}$$

זהו מקרה פרטי של הפורמליזם הכללי יותר

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_w w(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_w w(t) \end{cases}$$

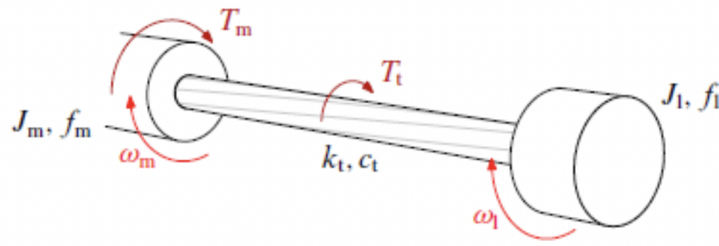
כאשר כל רכיב של $w(t)$ הוא רעש לבן בעל עוצמת יחידה. במקרה זה תנאי הקיום של הפתרון שונים מעט, וההגבר נתון על ידי

$$L = -(D_w D_w')^{-1} (D_w B_w' + \bar{Y} C')$$

כאשר הוא הפתרון המייצב של משוואת ריקאטי עבור הנתונים

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A' \tilde{x}(t) + C' \tilde{u}(t), \quad \begin{pmatrix} Q & S \\ S' & R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_w \\ D_w \end{pmatrix} (B_w' \ D_w')$$

שאלה מס' 1



איור 2: מנוע חשמלי עם עומס גמיש

באיור 2 מופיע איור סכמטי של מנוע DC המניע עומס דרך תמסורת גמישה, משוואות התנועה הן

$$\begin{aligned} J_m \dot{\omega}_m + c_t (\omega_m - \omega_l) + k_t (\theta_m - \theta_l) &= \tau_m \\ J_l \dot{\omega}_l - c_t (\omega_m - \omega_l) - k_t (\theta_m - \theta_l) &= 0 \end{aligned}$$

כאשר J_m הוא מומנט האינרציה של המנוע, J_l מומנט האינרציה של העומס ו- k_t, c_t הם מקדמי הריסון והקשיחות של התמסורת הגמישה. מימוש של המערכת במרחב המצב הוא

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) - \dot{\theta}_l(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{\omega}_l(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -k_t/J_m & -c_t/J_m & c_t/J_m \\ k_t/J_l & c_t/J_l & -c_t/J_l \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_m \\ 0 \end{bmatrix} \tau_m(t)$$

$$y(t) = [0 \ 0 \ 1] x(t)$$

ולאורך השאלה נשתמש בערכים המספריים

$$J_m = 10/9, J_l = 10, k_t = 1, c_t = 0.1$$

1. תכננו בקר מבוסס משערך עבור המערכת ללא רעשים בנוכחות תנאי ההתחלה ואות הייחוס הבאים

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad r(t) = -\mathbb{1}(t), \sin(2t)$$

פעם אחת מקמו ידנית את קטבי המשערך, ושלוש פעמים תכננו מסנן קלמן. כיצד הגבר המשערך משפיע על ביצועי החוג?

2. חיזרו על הסימולציות הקודמות בנוכחות רעש לבן בעוצמות שונות. השוו בין ביצועי המערכת בשני הסעיפים.

3. חיזרו על הסימולציות אך הפעם הניחו שהרעש אינו לבן אלא מרוכז בתדר יחיד

$$n(t) = \sin(9t)$$

הסבירו את התנהגות המערכת. כיצד תשתנה התנהגות החוג אם תדר הרעש יגדל או יקטן?