תורת הבקרה (035188)

סמסטר אביב תשפ״ג

פרויקט מס׳ 2

מטרת פרוייקט זה היא בקרת ושערוך מנוע זרם ישר בעל פונקציית התמסורת הנתונה על ידי

$$P(s)=\frac{1.97}{s(0.803s+1)}.$$

הכניסה למערכת, $u(t)$, היא המתח והיציאה היא זווית ציר המנוע $y(t)$.

שאלה מס׳ 1

א. כיתבו מימוש מינימלי במרחב המצב למערכת. הוכיחו את מינימליות המימוש.

ב. הניחו כי ניתן למדוד את כל וקטור המצב וכי תנאי ההתחלה הם כאלה כך ש־$y(0)=\pi$ ו־$\dot{y}(0)=0$. הציעו Q, S ו־R עבורם תגובת הבקר האופטימלי שתוכנן באמצעות שיטת LQR תעמוד בדרישות הבאות

- זמן התכנסות מינימלי t_s (t_s נמדד בהתכנסות התגובה לרמה של $\pm 2\%$ מ־$y(0)$);
- $\max_t |u(t)| \leqslant 30$;
- $OS=0$.

t_s המינימלי לא יחרוג מ־1.25 שניות. בידקו את תגובת היתר (OS) במרווח הזמן $t\in[0,50]$. הסבירו את שיקוליכם בבחירת הפרמטרים לפתרון הבעיה. הציגו את תגובת המערכת $y(t)$ ואת אות הבקרה $u(t)$ עבור תחום הזמן `t=linspace(0,2,1001)`. סמנו את זמן ההתכנסות t_s על ציר הזמן.

שאלה מס׳ 2

ג. כעת הניחו כי ניתן למדוד אך ורק את זווית ציר המנוע, $y(t)$. על ידי בחירת σ_d ו־σ_n תכננו מסנן קלמן המשחזר את מהירות ציר המנוע $v(t)=\dot{y}(t)$ כך ש־

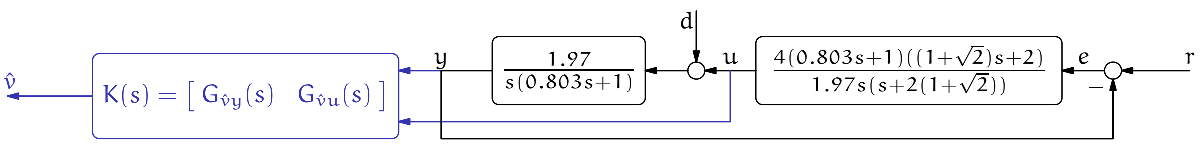
- $|G_{\hat{v}y}(j\omega)| \leqslant 0\,\text{dB}$ לכל $\omega\in\mathbb{R}$,
- $|j\omega - G_{\hat{v}y}(j\omega)| \leqslant -20\,\text{dB}$ בתחום $\omega\in[0,\omega_0]$ עבור ω_0 גדולה ככל שניתן.

ω_0 לא תהיה קטנה מ־$0.1\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. $G_{\hat{v}y}(s)$ זו פונקציית התמסורת מ־y לשערוך של v, $\hat{v}$ (כלומר מסנן קלמן עם $u\equiv 0$). הציגו את דיאגרמת בודה (הגבר בלבד) של $G_{\hat{v}y}(s)$ ושל $E(s)=s-G_{\hat{v}y}(s)$.

ד. הציגו גרף של $\dot{y}(t)$ האמיתי ושל $\hat{v}(t)$. בצעו את הסימולציות עם אות הבקרה $u(t)$ (נמדד על ידי המסנן) הנוצר באמצעות בקר משוב היציאה

$$C(s)=\frac{4(0.803s+1)((1+\sqrt{2})s+2)}{1.97s(s+2(1+\sqrt{2}))}$$

כאשר תנאי ההתחלה של המערכת והמסנן שווים לאפס, אות הייחוס הוא $r(t)=\sin(\frac{\pi}{25}t)$, ואות ההפרעה (שלא נמדדת על ידי המסנן) הוא $d(t)=\delta(t-20)$ (ראו איור 1). קבעו את תחום הזמן בצורה `t=linspace(0,150,1001)`.



איור 1: סימולציה עבור מסנן קלמן (Simulation setup for Kalman filtering)

The goal of this project is to control and estimate the state of a DC motor with the transfer function

$$P(s) = \frac{1.97}{s(0.803s + 1)}.$$

The input to this system, $u(t)$, is the voltage applied to the motor armature and the output, $y(t)$, is the motor shaft angle.

Question 1

1. Write a minimal state-space realization for this system. Prove that it is indeed minimal.
2. Assume that the the whole state vector can be measured and that the initial conditions are such that $y(0) = \pi$ and $\dot{y}(0) = 0$. Select Q, S, and R such that the corresponding LQR optimal controller guarantees
   - minimum settling time t_s (t_s is measured with respect to the settling level $\pm 2\%$ of $y(0)$);
   - $\max_t |u(t)| \leqslant 30$;
   - $OS = 0$.

The minimum t_s should not be above 1.25 sec. The overshoot (OS) is to be checked in the time interval $t \in [0, 50]$. Explain reasonings behind your choice of the cost function. Present the response of the system output $y(t)$ and the control signal $u(t)$ for the time vector `t=linspace(0,2,1001)` with a tag for the settling time t_s on the abscissa axis.

Question 2

3. Now assume we can measure only the output $y(t)$. Choose the parameters σ_d and σ_n and design a Kalman filter to reconstruct $v(t) = \dot{y}(t)$ so that
   - $|G_{\hat{v}y}(j\omega)| \leqslant 0\text{dB}$ for all $\omega \in \mathbb{R}$,
   - $|j\omega - G_{\hat{v}y}(j\omega)| \leqslant -20\text{dB}$ in the range $\omega \in [0, \omega_0]$ for a maximum possible ω_0.

   ω_0 should not be smaller than $0.1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. Here $G_{\hat{v}y}(s)$ is the transfer function from y to the estimation of v, $\hat{v}$ (i.e. the Kalman filter under $u \equiv 0$). Present the *magnitude* Bode plots of $G_{\hat{v}y}(s)$ and of $E(s) = s - G_{\hat{v}y}(s)$.
4. Present the plots of the real $\dot{y}(t)$ and its estimate $\hat{y}(t)$. Carry out the simulations with the control signal $u(t)$ (which can be measured by the filter) generated by the output-feedback controller

   $$C(s) = \frac{4(0.803s + 1)((1 + \sqrt{2})s + 2)}{1.97s(s + 2(1 + \sqrt{2}))}$$

   subject to zero initial conditions in the system, the reference signal $r(t) = \sin(\frac{\pi}{25}t)$, and the disturbance (which cannot be measured by the filter) $d(t) = \delta(t - 20)$ (see Fig.1 on the previous page). Set the time vector for this simulation as `t=linspace(0,150,1001)`.